UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Resolução de Problemas de Geometria Métrica Espacial com utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação

José Henrique Bizinoto

Uberaba - MG
2016

José Henrique Bizinoto

Resolução de Problemas de Geometria Métrica Espacial com utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação

Dissertação apresentada à Banca Examinadora, como requisito parcial para aprovação no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, sob orientação da Prof[a] Dra. Mônica de Cássia Siqueira Martines.

Uberaba - MG

2016

Catalogação na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do Triângulo Mineiro

B552r

Bizinoto, José Henrique

Resolução de problemas de geometria métrica espacial com utilização da tecnologia da informação e comunicação / José Henrique Bizinoto. -- 2016.

87 f. : il.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2016

Orientadora: Profª Drª Mônica de Cássia Siqueira Martines

1. Geometria ï Estudo e ensino. 2. Aprendizagem baseada em problemas. 3. GeoGebra (Programa de computador). I. Martines, Mônica de Cássia Siqueira. II. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. III. Título.

CDU 514(07)

JOSÉ HENRIQUE BIZINOTO

Resolução de Problemas de Geometria Métrica Espacial com Utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação na Agropecuária

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Triângulo Mineiro, como parte das atividades para obtenção do título de Mestre em Matemática.

04 de março de 2016.

Banca Examinadora

Profa. Dra. Mônica de Cássia Siqueira Martines
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Profa. Dra. Marcela Luciano Vilela de Souza
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Profa. Dra. Angélica Raiz Calábria
Centro Universitário Hermínio Ometto

Dedico este trabalho:
a Deus por ser o meu melhor amigo,
a minha esposa e companheira, Maria Isabel
e as minhas filhas, Cristielle e Letícia,
com quem posso compartilhar as
minhas angústias e fraquezas,
recebendo incentivos incondicionais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus por ter iluminado minha caminhada, concedendo-me forças para suportar as adversidades da vida, saúde para obter conquistas que, sem ela, seriam impossíveis, a humildade de saber que não sou nada sem ele.

A minha esposa Maria Isabel, que tanto amo, pelo companheirismo, dedicação e amor. As minhas filhas amadas, Cristielle e Letícia, pela paciência nos momentos de minha ausência. Ao meu pai Hermínio e a minha saudosa mãe Maria Isabel, por empenharem-se para que pudesse ser o homem que sou, pelo sacrifício que passaram para garantir meus estudos.

A minha orientadora Mônica, pela dedicação, empenho, presteza e instrução dispensada em minha orientação, pois, sem esses atos, não conseguiria concluir este trabalho.

A todos os meus professores, desde o meu ingresso na escola até os do mestrado, pois sem cada um deles não seria o profissional que sou.

Aos amigos que fiz pela minha vida, que me encorajaram quando as adversidades aconteciam, pelos risos que demos juntos. Especialmente, à família que fiz no PROFMAT.

Aos colegas e amigos professores que trabalharam comigo no decorrer da minha vida profissional, em especial, ao amigo-irmão Marquinho que sempre me apoiou.

A todas as pessoas que torceram a favor ou contra, que, de alguma forma, me deram inspirações para caminhar e ser feliz.

Resumo

Este trabalho tem por objetivo propor uma atividade direcionada aos alunos do segundo ano do Ensino Médio, com a finalidade de ensinar alguns conceitos de Geometria Métrica Espacial, especificamente, calcular áreas e volumes de sólidos geométricos como as do cone, do cilindro, da esfera, da pirâmide e do prisma, com o auxílio das tecnologias, por meio do *software* `GeoGebra`. Para elaborarmos esta atividade, abordamos algumas tendências de ensino-aprendizagem da Matemática, com o enfoque, principalmente, na Resolução de Problemas e na Tecnologia da Informação e Comunicação.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Tecnologia da Informação e Comunicação; Geometria Métrica Espacial.

Abstract

This research has the goal of offering an activity to second year high school pupils, aiming at teaching some Space Metric Geometry, and more specifically, at calculating areas and volumes of geometric solids such as cones , cylinders, spheres, pyramids and prisms, with the aid of technologies, with the `GeoGebra` software. In order to perform the activity, some trends in Maths teaching were approached, with emphasis mainly on Problem Resolution and on Information technology and Communication.

Keywords: Problem Resolution; Information Resolution and Communication; Space Metric Geometry.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Aqueles que vivem o dia a dia da escola conhecem bem os novos desafios que o ensino na atualidade impõe; sobretudo os professores. Estes têm sido constantemente provocados a repensarem sua prática pedagógica diante de cenários internos à sala de aula que parecem se remodelar com uma velocidade cada vez maior.

Estas mudanças não acontecem somente num ou noutro ambiente, nessa ou naquela escola, neste ou naquele nível de ensino. É bem sabido que a escola vem sendo instigada a reorganizar-se permanentemente diante dessas novas demandas que emergem da sociedade em que estão inseridas, seja pela *simples* caracterização das gerações de estudantes ou pelas *complexas* exigências do mercado de trabalho e da qualificação profissional.

Caberá, a este estudo, a análise de uma pequena, mas importante, fatia de todo esse conglomerado que forma a Educação: o ensino de Matemática em níveis de educação básica. Sob esse enfoque, esta pesquisa[1] pretende propor uma alternativa didático-metodológica que contemple atividades para sala de aula de cursos do Ensino Médio, a qual se caracterize como "opção" frente àquelas que já se conhece e pratica.

Para tanto, essa proposta levará em consideração aspectos relacionados às atuais Tendências em Educação Matemática, em especial a perspectiva da Resolução de Problemas combinada às Tecnologias da Informação e Comunicação. Em meio ao referencial teórico, a partir de um breve exame das

[1] desenvolvida a partir de um projeto em conjunto com Geraldo Henrique Alves Pereira, discentes do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, na UFTM.

principais tendências atuais, esta pesquisa focará nessas duas tendências citadas, entrelaçando-as, a fim de que possam ser entendidas como uma única tendência metodológica.

A partir das experiências dos pesquisadores que juntos compõem esta pesquisa, que em sala de aula atuam como professores há mais de 20 anos, observou-se uma disparidade entre como os professores se propõem a ensinar Matemática e como os estudantes estão dispostos a estudá-la. Ainda que seja praticamente impossível haver uma perfeita sintonia entre os propósitos dessas duas partes.

O elemento propulsor desta pesquisa esteve na possibilidade de construir-se uma alternativa metodológica que, no intuito de superar essas divergências, possa criar caminhos de uma aprendizagem mais significativa a partir da apropriação e utilização de conceitos e experimentações inerentes à realidade social e cultural dos estudantes envolvidos, que nesse caso, são, na maioria, de baixo poder aquisitivo e com vivência do meio rural.

Entre os conteúdos da Matemática, este estudo cingir-se-á à Geometria, sendo que, pelas experiências particulares dos pesquisadores, é aquela que mais oportunidades gera para propor-se alternativas metodológicas e a que menos é entendida pelo educando, devido à dificuldade de visualização e conexão das figuras com os seus conceitos.

Num aspecto geral, esta pesquisa objetiva desenvolver um *rol* de atividades, a fim de criar possibilidades para a ressignificação no modo de ensinar e de aprender a Geometria em cursos do Ensino Médio, nesse caso, com atividades voltadas à realidade de um curso Técnico em Agropecuária integrado ao Ensino Médio. Este curso trabalha com duas vertentes técnicas, a Agronomia e a Zootecnia, com atividades integradas, das matérias do núcleo comum e as da área técnica.

Ademais, de forma mais específica, pretende-se adequar uma proposta didático-metodológica de ensino de Geometria às atuais Tendências em Educação Matemática a fim de facilitar o ensino de Matemática; auxiliar na promoção das estratégias de ensino que contemplem a contextualização de conhecimentos prévios dos estudantes, levando em consideração, sempre que possível, os ambientes sociais e culturais que estão inseridos; e, por fim, promover a cultura da inserção de Tecnologias no ensino, em especial do *software* `GeoGebra` 5.0, *software* gratuito, dinâmico de Geometria e Álgebra, sobretudo na Matemática, entendida de forma a complementar os recursos e possibilidades do docente.

No primeiro capítulo, descreve-se uma visão geral sobre as tendências em Educação Matemática, mostrando a evolução histórica, benefícios e dificuldades de ensinar Matemática com a utilização de técnicas variadas, bem como um breve histórico da Educação Matemática no Brasil.

No segundo capítulo, discorre-se a respeito do aspecto mais aprofundado das tendências *Resolução de Problemas* e *Tecnologia da Informação e Comunicação*, com uma visão da evolução e das atuais aplicações dessas tendências.

No terceiro capítulo, iremos propor uma atividade de ensino-aprendizagem matemático, para a segunda série do Ensino Médio em um curso integrado ao técnico em Agropecuária, mas que pode ser adequada a qualquer estudante da mesma série, em qualquer escola de Ensino Médio. Serão utilizadas a Resolução de Problemas e a Informática, com os enfoques de pesquisa e de utilização do *software* `GeoGebra`, para calcular a área e o volume dos sólidos geométricos prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera, bem como suas formas planificadas, com exceção da esfera.

CAPÍTULO 1: Uma visão sobre a Educação Matemática

A discussão teórica que se inicia será estabelecida segundo uma cronologia da Educação Matemática no Brasil. Ainda que de forma sucinta, neste capítulo buscar-se-á um delineamento sobre os principais caminhos acadêmicos que essa área percorreu desde as primeiras discussões até sua estruturação em campo de estudo e pesquisa.

1.1 Introdução histórica

Na década de 1950 iniciaram, com maior intensidade, discussões sobre as formas de ensino-aprendizagem da Matemática. De acordo com Soares (2005), essas discussões ocorreram nos primeiros Congressos Nacionais de Educação Matemática organizados no Brasil:

- 1955 em Salvador: esse congresso teve como objetivo tratar de assuntos como programas e currículos, o livro de classe e as *tendências modernas do ensino*, além do aperfeiçoamento dos professores de Matemática.
- 1957 em Porto Alegre: no segundo congresso, propôs-se estudar questões relativas à aprendizagem da Matemática nos diferentes níveis de ensino; definir as bases para a elaboração de programas *levando em conta aspectos científicos e psicológicos*, buscando fixar normas para *uma boa*

articulação entre os programas dos diversos níveis de ensino, além de estudar também a influência da Matemática nas demais disciplinas.

- 1959 no Rio de Janeiro: o terceiro congresso teve como objetivo básico estudar os problemas relativos ao ensino secundário, primário, comercial, industrial e normal; também foram discutidas questões relativas à formação dos professores secundários.

Depois dessa data, aconteceram os Congressos de 1962 e 1966, nos quais as pautas eram o Movimento da Matemática Moderna, que havia se consolidado nas escolas brasileiras na época (SOARES, 2005). Este movimento teve o enfoque apenas na questão da linguagem Matemática e em sua formalização. A necessidade de um maior número de cientistas e técnicos com uma melhor qualificação, aliada ao discurso da inevitabilidade de uma formação científica moderna mínima frente à "tecnologização" da sociedade, eram algumas das justificativas para tal movimento (FONSECA, 2012).

Segundo Onuchic e Allevato (2004, p. 215), esse ensino "realçava muitas propriedades, tinha preocupação excessiva com abstrações Matemáticas e utilizava uma linguagem universal, precisa e concisa". Nesta mesma linha, Pinto (2005, p. 2) afirma que:

> desencadeado em âmbito internacional, esse movimento atingiu não somente as finalidades do ensino, como também os conteúdos tradicionais da Matemática, atribuindo uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos.

Porém, ao invés de melhorar o ensino-aprendizagem da Matemática, notou-se o agravamento dos problemas, pois os estudantes absorviam ideias complexas, mas não aprendiam os conceitos matemáticos. Na década de 1970, o Movimento da Matemática Moderna sofreu muitas críticas de professores franceses, que nessa época já havia instituído os Institutos de Pesquisa em Educação Matemática - IREM (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015).

Em consequência desses congressos, surgiram círculos e associações de Professores e Pesquisadores de Matemática, o que fez com que os Congressos Estaduais de Professores de Matemática se tornassem mais frequentes (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015).

Com a participação de onze pesquisadores brasileiros na sexta Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), em 1985, no México, surgiu a inspiração para a criação dos Encontros Nacionais em Educação Matemática (ENEM). Em 1987 acontece o I ENEM, que foi fundamental para a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que é concretizada durante o II ENEM, em 1988, na cidade de Maringá-PR (SOUZA, 2005).

A criação de uma sociedade como a SBEM oportunizou a congregação de profissinais que, desde as décadas de 1950 e 1960, fomentavam importantes discussões sobre a sala de aula de Matemática e que, por conseguinte, necessitavam de um espaço próprio nas academias.

Sendo assim, com a criação da SBEM os aspectos metodológicos da sala de aula conseguiram ser melhor discutidos e organizados, passando a desempenhar papel importante no desenvolvimento da Educação Matemática. Essas metodologias foram denominadas tendências para a Educação Matemática (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015).

Temporalmente, as discussões acerca da Educação Matemática e suas tendências vêm se estendendo no Brasil por algumas décadas, e, entre suas idas e vindas, criou corpo somente nos últimos trinta anos, quando o tema adentrou as universidades e caracterizou-se como área de pesquisa.

1.2 Tendências em Educação Matemática: uma introdução

As Tendências em Educação Matemática são técnicas de ensino e aprendizagem que auxiliam nas formas de ensinar, para aproximar os conceitos aos estudantes.

Para Mendes (2006), os estudos e pesquisas sobre Educação Matemática têm buscado oferecer subsídios teórico-metodológicos que viabilizem a superação das dificuldades encontradas por professores e estudantes durante o processo educativo da Matemática.

Segundo Lopes e Borba *apud* Flemming, Luz e Mello (2005, p. 15),

> uma tendência é uma forma de trabalho que surgiu a partir da busca de soluções para os problemas da Educação Matemática. A partir do momento que é usado por muitos professores ou, mesmo que pouca utilizada, resulte em experiências bem-sucedidas, estamos diante de uma verdadeira tendência.

Colocam, ainda, que a Educação Matemática Crítica, a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, o Uso de Computadores e a Escrita Matemática são verdadeiras tendências.

De acordo com Gomes e Rodrigues (2014, p. 60),

> é de suma importância salientar que, em sala de aula, o professor acaba por utilizar muitas tendências em uma determinada atividade. Isso porque, muitas vezes, devido a sua própria formação acadêmica, foi lhe transmitido, pelos professores da graduação, postura das mais variadas tendências supracitadas. O professor pode se valer do seu potencial criativo para escolher atividades que caracterizem o uso de muitas tendências.

Assim, percebe-se que as experiências dos docentes de Matemática da escola atual precisam de mais reflexões, pois a escola vive novos tempos, com novos conceitos, novos desafios, necessitando de ressignificações em sua atuação.

Quando falamos da Matemática, intrínseca a essa escola contemporânea, nos questionamos logo se aquela de outrora tem colhido os mesmos resultados agora. Por mais que esta questão germine inúmeros pontos de vista no que concerne ao sucesso ou não dos resultados, o fato é que algo parece ser consensual a toda comunidade acadêmica (não só de Matemática), profissionais de educação, pais e outros: o ensino de Matemática carece de novos modelos.

Essa *novidade*, à primeira vista, se contrapõe à aparente imutabilidade da Matemática. Todavia, essa discussão não invade a Matemática propriamente, o que se clama atualmente é por uma discussão coerente sobre como essa ciência deve aplicar-se em sala de aula, em cursos de educação básica, e como ela motiva seu principal agente: o professor, cuja práxis se submete a vários fatores do ambiente. Dessa forma, é necessário que a sala de aula de Matemática de hoje seja repensada e adequada aos novos moldes da sociedade, das profissões e da formação geral.

Esse é o campo de inquérito da Educação Matemática e a área de atuação de seus pesquisadores que se dedicam a examinar diversas metodologias do processo de ensinar. Ainda que o estudo de metodologias de ensino não seja campo restrito da Educação Matemática, nesta área ele encontrou solo fértil e se consolidou dentro dos programas de graduação e pós-graduação. Com base nisso, tendências metodológicas de ensino matemático ocuparam espaço entre as publicações das principais revistas científicas do País, entre as quais podemos destacar o Bolema (Boletim de Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista - Campus Rio Claro) e a Zetetiké (Revista de Educação Matemática da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas e Universidade Federal Fluminense), além de várias outras oriundas dos próprios programas de pós-graduação.

A partir das próximas linhas, este estudo examinará o que se propôs, em cursos de nível médio, sob a análise das atuais tendências metodológicas de ensino de Matemática, elencadas conforme o destaque na produção acadêmica/científica nacional prescrita anteriormente. Sob essa justificativa, as principais tendências metodológicas atuais a serem aqui discutidas são:

- Etnomatemática
- História da Matemática

- Jogos Matemáticos e Materiais concretos
- Matemática Crítica
- Modelagem da Matemática
- Resolução de Problemas
- Tecnologias da Informação e Comunicação

Desta forma, para além dos circunstâncias históricas, apresentaremos e discutiremos nos próximos itens os conceitos e aspectos educacionais destas tendências de forma mais específica.

1.2.1 Etnomatemática

Como uma técnica de aproximar a Matemática dos estudantes, surge, na década de 1970, o estudo da Etnomatemática, que, segundo Costa (2014), Ubiratan D'Ambrosio desenvolveu esse método de ensino como uma crítica ao tradicionalismo do ensino da Matemática, ao analisar as aplicações em diversos contextos socioculturais. "A palavra surgiu da junção de *techné* (modo de fazer, técnica), *matema* (conviver com a realidade sociocultural, ensinar, explicar) e *etno* (inserção do homem no meio cultural)" (COSTA, 2014, p. 182).

Essa metodologia leva em consideração o conhecimento prévio do estudante, usado em sua etnia, em sua casa, na profissão dos pais, além de outros. Para Zorzan (2007), a principal razão de a Etnomatemática tornar-se o foco de pesquisas é a necessidade de reflexão sobre a importância de valorizar os saberes culturais e de reconstruir a autoestima de povo, que também possui suas riquezas, valores e conhecimentos. Contudo, não deverá ser adotada como uma única maneira de ensino matemático.

Costa (2014) afirma que há defesas de que a Etnomatemática não é um método de ensino, e sim um plano de ações inclusivas entre professores e estudantes, ou, ainda, uma ação humana na produção de conhecimento contextualizado, pelas diferentes formas culturais nos mais diversos grupos humanos.

A Etnomatemática não se contrapõe à Matemática tradicional, ambas possuem o intuito de aprimorar o conhecimento, demonstrar ferramentas para dominar os números e gerar conceitos matemáticos para serem usados em seus benefícios, porém por caminhos diferentes. Desse modo, a primeira introduz os conceitos matemáticos envolvendo os conceitos adquiridos; já a segunda aborda os conceitos de forma cognitiva, mas para serem utilizados cotidianamente.

Segundo Costa (2014, p. 188),

> todos os povos do mundo se dedicaram a matematizar os seus problemas, mas no sentido de os resolver, e não por uma mera prática científica ou de habilidade instrutiva. A Etnomatemática pode contribuir, de modo decisivo, para a melhor compreensão do mundo, tornando-o mais humanizado e menos tecnocratizado.

Mas como introduzir a Etnomatemática no ensino da Matemática? "A Matemática, enquanto disciplina escolar, precisa ser trabalhada de forma contextualizada e passível de diferentes relações com outras áreas do conhecimento e com as necessidades e história de vida do grupo social" (ZORZAN, 2007, p. 81). Essa prática, assim como cada uma das outras tendências de ensino, não deve ser utilizada como uma única forma de ensino, mas como uma das ferramentas para despertar o interesse dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Além disso, deve ser abordada de forma pontual, em vários conceitos desenvolvidos pelos professores, nas mais diversas séries do ensino fundamental e médio, pois, se o interesse não acontecer de maneira precoce na vida do educando, quando a vontade de aprender despertar, ele não terá fixado os conceitos necessários para conseguir utilizar os algoritmos de maneira produtiva e poderá desistir do processo de aprendizagem.

Para Costa (2014, p. 186):

> Poder-se-ão inventariar três etapas fundamentais quando se desenvolve uma pedagogia pela etnomatemática. Uma primeira, a da investigação, quando os estudantes são confrontados, num processo de mesa-redonda, com as finalidades a atingir, informando dos preceitos que a distinguem do ensino tradicional de Matemática. Como segunda etapa, a da tematização, o professor escuta os estudantes sobre que temas serão organizados e desenvolvidos, em face da sua realidade.

> Como terceira fase, a da problematização, as situações de aprendizagem centrar-se-ão sobre as atividades.

A Etnomatemática é uma abordagem Matemática inclusiva, pois trabalha abordagens conceituais, levando em consideração os conhecimentos dos educandos, para um aprimoramento das etnias, com o intuito de melhorar a vida social deles e para que possam entender as atitudes dos governantes, que utilizam os conhecimentos linguísticos e matemáticos, além de outros, para dominar as classes menos favorecidas intelectualmente. Zorzan (2007, p. 80) comenta que "a etnomatemática apresenta em seu âmago a dimensão política, pois, ao conceber a Matemática como um produto cultural, torna-a uma ciência do povo, recuperando-o enquanto sujeito histórico".

Assim, a Etnomatemática, como tendência metodológica, pode ser utilizada pelos professores, como uma forma de aproximar a Matemática da Escola com a Matemática do Cotidiano. Outra tendência metodológica que também pode auxiliar o professor na elaboração de suas aulas é a História da Matemática, a qual será apresentada no próximo item.

1.2.2 História da Matemática

A História da Matemática como tendência metodológica propõe ensinar a Matemática utilizando-se, entre outros aspectos, do contexto histórico. Entre suas várias vertentes e argumentos metodológicos, ela pretende mostrar ao estudante que os conceitos estudados em sala de aula foram necessários também numa outra época para resolver um determinado problema, e que, por isso, podem ser interligados agora com a sua vivência.

Com o desafio de aprender, gerado pela história desses conceitos e seus interrelacionamentos com a realidade, o estudante pode acabar se motivando a enfrentar os conteúdos mais complexos e, encontrando um resultado contextualizado, satisfazer-se com maior eficácia; afinal, ele conhece de onde aquilo partiu, para que serve e como/onde será útil.

Valente (2008) preceitua que as preocupações com o ensino da Matemática não podem se descuidar da sua dimensão histórica. Ainda que, dentro da Matemática, muitas acepções possam ser dadas ao termo "história", em termos metodológicos o professor não deve associá-lo a "contos" ou "anedotas" (MIGUEL, 1997).

Segundo Siqueira (2007, p. 27),

> ao compreender como a Matemática se desenvolveu, como ela influencia outros conhecimentos e também sofre a influência deles, o educando poderá também compreender melhor as dificuldades do homem na elaboração das ideias matemáticas. Dessa forma, a História da Matemática poderá proporcionar ao educando uma visão dinâmica da evolução da Matemática na ciência, na tecnologia e na sociedade.

No mesmo sentido, Gomes e Rodrigues (2014, p. 66) comentam que:

> quando os conceitos históricos são integrados, mostrando as necessidades e os motivos de seu surgimento, há motivação na sala de aula, então o professor pode fazer com que o educando entenda que a Matemática é uma ciência concreta e construída a partir de suas próprias emergências temporais.

Desta forma, é prudente reforçar o entendimento de que a História da Matemática não deve ser, por si só, *elemento de motivação* nem *o problema a ser tratado* nas aulas, e nem a vinculação de ambas as coisas, pois, segundo Miguel (1997, p. 82),

> o aspecto motivador de um problema não reside no fato de ser ele "histórico" ou até mesmo no fato de ser "problema", mas no maior ou menor grau de desafio que esse problema oferece, no modo como esse desafio é percebido pelo aprendiz, no tipo de relações que se estabelecem entre esse desafio e os valores, interesses e aptidões socialmente construídas por ele, etc.

De acordo com o texto de Miguel (1997), que por sinal analisa muito bem diversos argumentos para a utilização da História da Matemática, é necessário que façamos uma aproximação dessa metodologia para os fins pedagógicos que tem uma aula. Segundo o autor, parece

> mais adequado assumir uma posição intermediária que acredita que a história - apenas quando devidamente reconstituída com fins explicitamente pedagógicos e organicamente articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de planejamento didático - pode e deve desempenhar um papel subsidiário em Educação Matemática, qual seja, o de um ponto de referência para a problematização pedagógica (MIGUEL, 1997, p. 101).

Ainda segundo Miguel (1997), uma metodologia assim, pedagogicamente orientada, prestaria relevante auxílio àqueles professores intencionados em contrapor-se a tendências tecnicistas do ensino, mas necessita ser construída sob o ponto de vista do educador matemático.

Por fim, a História da Matemática não pretende elucidar todos os pontos que envolvem a construção de um determinado conhecimento ao longo do tempo, mas, à medida que se estrutura como metodologia de ensino, busca auxiliar a responder perguntas que desmistifiquem ideias dos estudantes relacionadas à adaptação dessa ciência às épocas e, principalmente, traz consigo aspectos motivadores para a aprendizagem. No próximo tópico, abordaremos os Jogos Matemáticos e os Materiais Concretos, os quais são metodologias que envolvem a ludicidade e podem ensinar Matemática sem a aplicação direta de seus conceitos.

1.2.3 Jogos Matemáticos e Materiais Concretos

Os materiais concretos são úteis para o aprendizado da Matemática, pois, com a construção dos objetos, o estudante se depara com a necessidade de aprender conceitos abstratos para ele. Especialmente em Geometria, esse material deve retratar os elementos geométricos da forma mais próxima do ideal, para que sua visualização não fique tão distante do conceito real.

Por isso, segundo Passos *apud* Murari (2011), os materiais a serem escolhidos devem (i) proporcionar uma verdadeira personificação do conceito matemático ou das ideias a serem exploradas; (ii) representar claramente o conceito matemático; (iii) ser motivadores; (iv) ser apropriados nos diferentes anos de escolaridade e nos diferentes níveis de conceitos; (v) formar uma base para a abstração; (vi) proporcionar manipulação individual.

As atividades de ensino da Matemática, por meio desses materiais, devem ser relacionadas aos conceitos vistos pelos estudantes em sala de aula e interligados a objetos com os quais eles possuem contato diário. Ainda, podem ter interface com figuras históricas, físicas, geográficas e de outras naturezas, para que haja o interesse do educando na atividade lúdica e não seja somente um período de descontração do processo de ensino e de aprendizagem.

Além disso, Mendes (2006) reafirma a importância da progressividade da aprendizagem que não se esgota na manipulação de modelos físicos, mas nas relações manipulativo-simbólicas e abstrativas estabelecidas em cada atividade.

Neste sentido, a manipulação de objetos pode ser um recurso didático-pedagógico para ser utilizado nas aulas de Matemática, e podemos, ainda, por meio desta manipulação, fazer o uso de jogos.

Os jogos podem ser usados como uma atividade de sala em que os estudantes precisam desenvolver o espírito de planejamento, pois, para obter o resultado esperado, é preciso que uma estratégia seja traçada e bem executada; quando eles não geram resultados esperados, desenvolvem a habilidade de análise e correção de erros.

Porém, os jogos matemáticos e materiais concretos não podem ser encarados como a solução do ensino da Matemática. Para Fiorentini e Miorim (1990, p. 3):

> O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina.

Para esses autores, os jogos e os materiais devem ser usados no início das atividades de aprendizagem, para introduzir um conceito, ou no final, como método de fixação.

1.2.4 Matemática Crítica

Essa tendência é um conceito embasado na pedagogia de Paulo Freire[2] com a Etnomatemática, em que o estudante deverá ser capaz de, não só operar e compreender os conceitos matemáticos, mas de refletir e posicionar criticamente sobre esses conceitos e poder agir sobre eles (SOARES, 2008).

Ainda segundo Soares (2008), os educadores devem ter capacidade de propor e resolver questões, além de questionar as respostas e as questões propostas por eles. A autora acredita que os estudantes de Matemática não estão tendo a capacidade de refletir sobre as questões e suas respostas.

O professor precisa ser mais democrático em sua atuação na sala de aula e não agir de forma decisória e prescritiva, pois, para que o estudante aprenda, ele precisa fazer parte do processo ensino-aprendizagem, não só como um espectador, mas como elemento ativo desse processo. Dentro desse contexto, Siqueira (2007, p. 28) cita Paulo Freire na importância do diálogo em sala de aula:

> Através do diálogo, o professor-dos-estudantes e os estudantes-do-professor se desfazem e um novo termo emerge; professor-estudantes com estudantes-professores. O professor não é mais meramente o-que-ensina, mas alguém a quem também se ensina no diálogo com os estudantes, os quais, por sua vez, enquanto estão ensinando, também aprendem. Eles se tornam conjuntamente responsáveis por um processo no qual todos crescem.

Para Skovsmose (2001), a educação crítica deve ser desenvolvida em uma relação de parceria do professor com os estudantes. O assunto deve interessar a ambos, com maior interesse para os estudantes, pois eles, em um

[2] Para este educador brasileiro, mundialmente reconhecido, a educação deve servir para a libertação, almejando conscientização de seus sujeitos (AZEVEDO, 2010).

diálogo com os professores, definirão o que é relevante para o processo educacional. Como se pretende desenvolver uma capacidade crítica, essa capacidade não pode ser imposta, e sim desenvolvida com as habilidades dos mesmos.

Skovsmose (2001) considera a Matemática Crítica como uma alfabetização Matemática e defende essa alfabetização como forma de libertar os seres humanos das amarras da sociedade. E acrescenta: "a alfabetização Matemática pode ser usada para o propósito de 'libertação', porque pode ter o significado de organizar e reorganizar interpretações de instituições sociais, tradições e propostas para reformas políticas" (SKOVSMOSE, 2001, p. 122).

Como o próprio nome diz, essa tendência é uma Educação Matemática em que a crítica constrói o ensino. Dessa forma, estudantes e professores participam ativamente das aulas e podem obter crescimentos significativos em suas vidas acadêmicas e pessoais.

1.2.5 Modelagem Matemática

Dicionários variados convergem o significado da palavra *modelagem* para "elaboração por modelo ou por um molde"; "concessão de formato a"; "moldar". Esses sinônimos, aplicados à Matemática, representam uma tendência de ensino em que se utilizam modelos matemáticos para resolver situações reais do cotidiano.

Segundo Gomes e Rodrigues (2014, p. 62), a modelagem "é um modo diferente de ver a Matemática e consiste na arte de tornar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los por meio da interpretação das suas soluções, na linguagem do mundo real".

Mais especificamente, Bassanezi (1999, p. 12) constrói a noção dessa metodologia a partir da concepção inicial de *modelo matemático*, o qual "é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno - este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou até mesmo um outro modelo matemático".

Por fim, é preciso fazer uma aproximação conceitual e metodológica da modelagem com o ramo da *matemática aplicada*, cuja primeira é instrumento indispensável para a segunda. E mais,

> A construção matemática pode ser entendida, neste contexto, como uma atividade em busca de sintetizar idéias concebidas a partir de situações empíricas que estão, quase sempre, escondidas em num [*sic*] emaranhado de variáveis. Fazer matemática, nesta perspectiva, é aliar, de maneira equilibrada, a abstração e a formalização não perdendo de vista a fonte originária do processo (BASSANEZI, 1999, p. 13).

O autor acrescenta ainda que a modelagem matemática é o que se convencionou chamar do processo de adaptação de um modelo para atingir determinados objetivos, adequando-o noutro caminho melhor ou, então, analisá-lo de modo comparativo, tomando como referência um outro já existente. Desse modo, "o desafio do professor, que toma o caminho da modelagem como método de ensino, é ajudar o aluno a compreender, construindo relações matemáticas significativas, cada etapa do processo" (BASSANEZI, 1999, p. 13).

1.2.6 Resolução de Problemas

Existe uma certa confusão conceitual na interpretação do que vem a ser um *problema* no ensino de Matemática. Isso faz com que os *problemas* não desempenhem o papel de metodologia no processo de ensino-aprendizagem e acabem por serem utilizados como ferramentas nas práticas habituais dos professores (PEREIRA, 2008; BRASIL, 1998). Talvez por esta proximidade conceitual entre metodologia e ferramenta, cuja imperceptibilidade degenera toda uma proposta metodológica, David (1995) afirma que a Resolução de Problemas é a metodologia de ensino de Matemática que obriga menos mudanças em relação ao ensino mais tradicional.

Segundo Onuchic e Allevato (2004), as primeiras investigações sistemáticas sobre o tema começaram na década de 1970. A publicação *Curriculum and Evaluation Standards* reiterava que a Resolução de Problemas deveria ser o objetivo principal de todo o ensino de Matemática e uma parte integrante de toda atividade Matemática (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004).

Nessa abordagem metodológica, a importância da resposta correta cede lugar à importância do processo de resolução, desenvolvido a partir de uma sequência de ações ou operações concatenadas, uma vez que o que se preceitua é o aprendizado, por parte dos estudantes, de um caminho didático capaz de não somente indicar a resposta correta, mas também garantir a apropriação do conhecimento envolvido (PEREIRA, 2008; BRASIL, 1998).

Professores dos anos iniciais do ensino fundamental podem usar da Resolução de Problemas para a introdução de conceitos das operações básicas e, assim, possibilitar aos estudantes aprender a Matemática com contextualizações dos seus cotidianos. Segundo Mendes (2006), essa metodologia de ensino visa ao desenvolvimento das habilidades cognitivas, favorecendo a reflexão e o questionamento, ao contrário do ensino memorístico e expositivo. Nas séries finais do ensino fundamental e no ensino médio, a abordagem deve ser investigativa, de forma a incentivar o exercício de levantamento e testagem de hipóteses para elaborar os algoritmos possíveis para a resolução do problema.

Dessa forma, segundo Flemming, Luz e Mello (2005, p. 74), "é necessário partir do simples para ter acesso ao complexo, e os problemas complexos são visualizados como um conjunto de partes simples".

A Resolução de Problemas terá uma contribuição maior na aprendizagem quando "os problemas" relatarem situações vividas pelos estudantes, até que estes passem do estágio de resolver problemas para o de aprender Matemática, ou seja, aprenderem Matemática para resolverem problemas (MENDES 2006). Ao despertar o prazer em solucionar problemas, os estudantes poderão encorajar-se a propor outros problemas para seus colegas e para professores, tornando-os pessoas críticas e desafiadoras, que não se esconderão de situações problemáticas, ao contrário, irão desafiar tais situações.

Ainda segundo Mendes (2006), com a utilização dessa técnica, alguns estudantes conseguem transpor os problemas de sua realidade para aplicações de raciocínio dedutivo, indutivo, espacial, gráfico, proporções e outros, que são abstratos ao seu cotidiano. Conseguem, além disso, serem mais críticos e construtivos em situações matemáticas.

Sintetizando o caminho metodológico que o professor deve seguir e ensinar na aplicação da Resolução de Problemas, Onuchic e Allevato (2004) delineiam suas fases a partir (i) da colocação de uma situação-problema que expressa aspectos-chave do tópico matemático que se esteja tratando, sobre a qual técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas pelo menos razoáveis, a princípio. Nessa etapa de aplicação das técnicas matemáticas, segundo Flemming, Luz e Mello (2005), deve-se inicialmente ser contemplado um momento para a compreensão do problema, o que foi fornecido (dados) e o que se pede (incógnita). Após isso, o passo seguinte (ii) é traçar uma estratégia de resolução, verificando as maneiras com as quais se pode resolver, escolher a maneira mais prática e mais rápida e executá-la com cuidado. Por último, (iii) deve-se fazer uma crítica dos resultados obtidos, verificando sua contextualização.

Esses quatro passos foram definidos por Polya (1995), quando, em sua obra "A arte de resolver problemas" ele prescreveu:

> Para agrupar convenientemente as indagações e sugestões de nossa lista, distinguiremos quatro fases de trabalho. Primeiro, temos que compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a idéia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (POLYA, 1995, p. 3-4).

Para Polya (1995), não faz sentido resolver algo que não foi compreendido. Para o autor, depois da compreensão, temos que entender os cálculos, os desenhos e os caminhos que teremos que percorrer, para aí sim partir para a resolução do problema, lembrando que o trabalho não termina com o problema resolvido. É necessário olhar a resolução, tirar conclusões e fazer análises dos resultados. Para isso, o problema literal é mais conclusivo que os problemas numéricos, pois podemos fazer conjecturas e tirar conclusões que não são possíveis nas expressões numéricas.

A técnica de resolver problemas matemáticos é dominada por poucos, e quem a domina consegue visualizar, compreender e solucionar vários problemas nas mais diversas áreas. Os bons resolvedores de problemas possuem uma sequência lógica para as soluções, que iniciam com uma boa interpretação da situação, extração de dados essenciais, utilização de algoritmos e cálculos matemáticos, culminando em soluções ricas de conceitos e intepretações grandiosas. Essas pessoas conseguem transferir para a sua vivência conexões da Matemática com outros conceitos, do real e do abstrato (MENDES 2006).

É importante, durante o percorrer desse processo de Resolução de Problemas, que a situação-problema seja o ponto de partida do tópico matemático a ser estudado e não a definição dele propriamente dito, ou seja, o conhecimento a ser produzido e adquirido se forma no perpassar de todas as etapas. É sobre a situação-problema que o estudante aplica, depois de interpretá-la, conhecimentos não-mecânicos, inferindo primeiras aproximações do resultado, que tomam sentido a partir de um processo de retificações e generalizações com a ajuda do professor (BRASIL, 1998).

As atividades propostas nesta pesquisa trabalham com a Resolução de Problemas, por acreditarmos que essa metodologia de ensino-aprendizagem é propícia para o desenvolvimento de conceitos necessários aos estudantes do curso de Agropecuária integrado ao Ensino Médio, bem como em todos os cursos de Ensino Médio. Pois usa uma metodologia que envolve o conhecimento prévio dos estudantes em Matemática e a contextualização de situações do cotidiano da Agropecuária, para a introdução de conceitos úteis a sua profissão. Esta atividade envolve, também, a Tecnologia da Informação e Comunicação, que abordaremos a seguir, como fonte de pesquisa e com a utilização do *software* `GeoGebra`, para visualização dos sólidos geométricos.

1.2.7 Tecnologias da Informação e Comunicação

O termo Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)[3] vem sendo utilizado com maior destaque desde a década de 1990, quando as principais inserções tecnológicas começaram a surgir no cotidiano da população. Se antes algumas TIC eram restritas e caras, a partir desse momento variados instrumentos passaram a ficar acessíveis.

Os recursos tecnológicos, cada dia mais enfatizados pela mídia e explorados pelo mercado de informática, prometem uma revolução na escola e no ensino-aprendizagem. Entretanto, a tendência educacional que se apropria desses recursos, aqui tratada como *tecnologias*, deve ser vista com cautela dentro da Educação Matemática, pois usar recursos informatizados não implica, necessariamente, na potencialização da aprendizagem. O computador, a calculadora, os celulares, entre outros, devem ser usados de maneira ordenada e coordenada pelo professor para seu bom aproveitamento.

Borba (1996), à época da publicação de seu artigo, já constatava as significativas mudanças que os computadores estavam trazendo para a sala de aula de Matemática, sobre o que devia ser ensinado e aprendido. Segundo ele, essas mudanças não diziam respeito apenas à substituição de um tópico por outro, mas, sobretudo, pela maneira como o professor passaria a ter que se relacionar com os estudantes e com a máquina.

Há de se considerar que existe uma tendência habitual, mas obviamente não em regra, de o professor iniciante reproduzir em sua prática diária a forma como seus professores o ensinaram, especialmente aqueles na Licenciatura. Concorrente a isso, Borba (1996, p. 124) ainda reforçava a importância do contato do futuro professor com as tecnologias já na sua formação inicial e prenunciava um cenário que se pode observar nos dias de hoje, quando afirmava que, se os pontos citados no parágrafo anterior, dentre outros,

[3]Neste estudo, como as TIC terão um enfoque protagonista, o termo será utilizado, na maioria das vezes, simplesmente como *tecnologias*.

> não forem abordados na formação do professor, é possível que tenhamos dois cenários quando algumas escolas venham a ter amplo acesso a computadores: o primeiro é que os professores podem apenas tratar de velhos tópicos de forma igual, simplesmente trocando de mídia. Neste caso, o computador é visto somente como um caderno e/ou livro "mais rápido". O segundo cenário é que os computadores não serão utilizados (BORBA, 1996, p. 124).

Ademais, além da formação inicial, para que professores possam se valer dessas tecnologias, é de extrema importância a formação continuada, associada a um trabalho conjunto com colegas de onde trabalham ou a ligação a grupos de estudos, formando uma teia de informações. Com isso, terão segurança para aplicarem atividades com recursos de informática. Penteado (2004, p. 287) diz que:

> O uso do computador na escola não se consolidará com o apoio, apenas, de cursos esporádicos para professores proveniente de diferentes localidades e sujeitos a diferentes condições de trabalho. É preciso que, em nível de escola, o professor seja motivado a organizar e desenvolver atividades com o computador e, em parceria com os pesquisadores, técnicos em informática, pais, estudantes e demais educadores, possa criar estratégias para a resolução de problemas locais.

Essa ideia coaduna com o conceito apresentado por Miskulin et al. (2006), no qual as tecnologias representam a possibilidade de experiências mais cooperativas de aprendizado. Ainda segundo os autores,

> deve-se integrar a proposta de ensino com a tecnologia e usar recursos metodológicos colaborativos para desenvolver competências que o professor desempenhará em sala de aula, preparando, assim, o professor para ser o mediador que prioriza a tecnologia no seu local de trabalho (MISKULIN et al., 2006, p. 108).

Frederico e Gianoto (2014) afirmam que os professores precisam planejar as suas atividades com a utilização de computadores, bem como ter domínio de informática, para que situações imprevistas em suas aulas sejam administradas pelo educador, não comprometendo o conteúdo ministrado. Para Penteado

(2004), a aplicação desses recursos leva os professores para uma zona de risco onde a perda do controle pode ocorrer em qualquer momento, e que esses não se sentem à vontade com esta situação. Assim, desejam retornar à sua zona de conforto e, desta forma, retomam as aulas simplesmente expositivas.

Essa questão leva o estudo da Matemática a uma boa discussão. Esse debate, já levantado em alguns estudos, permeia as possibilidades de utilização de novas mídias no contexto da sala de aula, além da tradicional lápis-e-papel.

Para Borba (1996), a Matemática tem sido vista sempre como uma abstração e, portanto, imune e não permeável a outras mídias. Ainda, para Araújo et al. (2008, p. 11), "o conhecimento é construído por seres-humanos-com-mídias", onde essas mídias, consideradas em sua pluralidade, perpassam por fala, lápis e papel, calculadoras, computadores, entre outras, e, sob essa perspectiva, "a natureza da Matemática construída quando computadores estão presentes é diferente daquela construída com seres-humanos-com-lápis-e-papel".

É notório que o acesso às tecnologias é obtido, na maioria das escolas do País, em laboratórios de informática. Porém, para Frederico e Gianoto (2014), a utilização desses espaços estão sendo subaproveitados, pois, em grande parte, o acesso aos computadores restringe-se à utilização de internet para pesquisas, e há pouco uso de *softwares* e planilha eletrônica, onde há maior aplicação do ensino da Matemática.

Os computadores propiciam algumas planilhas eletrônicas, as quais trabalham conceitos matemáticos de funções, estatística, matrizes, determinantes, além de outros que podem ser explorados por professores em suas aulas. Além disso, há *softwares* que trabalham gráficos, geometria, trigonometria, entre outros, que envolvem muitos conceitos abstratos aos estudantes e que possuem ferramentas que podem tornar esses conceitos mais acessíveis. Como cita Frederico e Gianoto (2014, p. 68):

> O computador e a internet têm provocado grandes mudanças no cotidiano doméstico de crianças, jovens e adultos. A internet, os *softwares* e os jogos, dentre outros, passaram a

> ganhar espaço como instrumentos de entretenimento, de pesquisas e de trabalhos de escola. Com o uso de editores de textos, por exemplo, podem ser realizadas inúmeras atividades, como digitação, edição de imagens, inserção de imagens, tabelas, etc. Já, com as planilhas de cálculos, pode ser efetuada uma série de cálculos e montagem de gráficos e tabelas, dentre outras atividades. Não se pode deixar de citar, é claro, as enciclopédias virtuais e a variedade de *sites* que servem de fonte de pesquisas.

Recursos computacionais estarão disponíveis sempre para serem aplicados no processo de ensino-aprendizagem, mas não devem ser abordados somente como enriquecimento didático, também precisam fazer parte de um processo de conhecimento que será de extrema utilidade pessoal aos educandos, pois estes serão inseridos no mercado de trabalho, no qual a informática é pré-requisito para empregos que requerem mais qualificação e oferecem, quase sempre, remunerações mais atraentes.

Neste sentido, pode-se constatar que

> muitas escolas brasileiras não têm cumprido a função de preparar os estudantes para o mundo tecnológico, que não é mais uma abstração intelectual, mas uma realidade que se impõe, cada vez mais intensamente, e que se deve enfrentar, refletindo e remodelando os formas de se ensinar Matemática, adequando-as às exigências da sociedade informatizada (MISKULIN et al., 2006).

Sob a perspectiva de utilização de algumas mídias que envolvem tecnologias, a Matemática não deve ser mediada por modelos obsoletos, que pouco ou nada contribuem para o desenvolvimento e transformação do indivíduo em formação, mas sim por metodologias alternativas em que sejam vivenviados novos processos educacionais, que façam sentido e tenham relação com a sua integração na sociedade (MISKULIN et al., 2006).

Ainda, Miskulin (1999) aborda a necessidade de apresentação e manuseio do computador com estudantes das mais diversas classes sociais para tentar diminuir as desigualdades:

> A Tecnologia não consiste apenas em um recurso a mais para os professores motivarem as suas aulas, consiste sim em um meio poderoso que pode propiciar aos estudantes novas formas de gerarem e disseminarem o conhecimento. Assim sendo, os professores de Matemática devem refletir [...], criando projetos nas escolas que possam oferecer oportunidades para que os estudantes aprendam Matemática e ao mesmo tempo, utilizem a Tecnologia de forma que a Matemática, no contexto tecnológico, torne-se um caminho que possa superar as desigualdades sociais e ainda possibilitar a formação adequada do sujeito ao mercado de trabalho (MISKULIN, 1999, p. 4).

E complementa afirmando que deve-se procurar criar ambientes de aprendizagem, com recursos tecnológicos disponíveis aos estudantes, e, acima de tudo, com uma proposta pedagógica atualizada que leve em conta os avanços da tecnologia (MISKULIN et al., 2006).

Sob uma perspectiva que poderia ser considerada audaciosa, a autora ainda caminha pelo cenário onde as tecnologias, aplicadas à Educação, devem migrar de laboratórios separados da sala de aula para uma concepção que as integre com o desenvolvimento de temas relacionados às diversas áreas do conhecimento. Assim,

> a tecnologia torna-se uma ferramenta cujo acesso ocorre dentro da própria sala, tornando-se um recurso pedagógico de apoio ao professor no desenvolvimento do plano de aula. Esta perspectiva possibilita uma integração do estudante e professor com o tema em discussão, estimulando e criando novas habilidades para o desenvolvimento do raciocínio lógico, comunicativo e criativo (MISKULIN et al., 2006).

Dessa forma, apresentamos neste capítulo, algumas das tendências do ensino-aprendizagem da Matemática, como também, uma breve introdução da Educação Matemática, já que os temas abordados neste trabalho é a Resolução de Problemas e Tecnologias.

No próximo capítulo, descreveremos a evolução da metodologia de ensino-aprendizagem da Resolução de Problemas e a utilização das Tecnologias na educação, bem como a justificativa da utilização das duas tendências de ensino em uma atividade, para serem usadas em sala em atividades de aprendizagem da Geometria Métrica Espacial.

CAPÍTULO 2: Resolução de Problemas aliada à Informática: Uma proposta para ser utilizada em sala de aula

Este trabalho está focado no que a Educação Matemática pode contribuir para a aprendizagem dos educandos, assim, abordamos as tendências, Resolução de Problemas e Tecnologias, considerando a importância dessas duas tendências na atualidade. A primeira é utilizada, há muito tempo, e desde o final do século passado. Já a segunda, é bem mais nova, surgiu na década de 1990, com a popularização dos recursos computacionais e, na atualidade, é indispensável às necessidades do ser humano. Ao unirmos essas duas tendências, acreditamos em um sucesso educacional para o ensino de Geometria, temida pelos estudantes, pela falta de noção espacial e dificuldade de relacionar o plano e o espaço.

A Educação Matemática, a partir de suas tendências, procura aproximar a Matemática da população, por visualizar a necessidade que os conceitos matemáticos exercem em seu cotidiano. Mas não podemos concluir que as alternativas que a Educação Matemática nos oferece, sejam a única solução para resolver os problemas do ensino de Matemática. Onuchic (2013) comenta que a Matemática Pura não deve ser descartada, em alguns momentos, ela é extremamente necessária, pois temos um currículo predefinido e não podemos deixar de cumpri-lo.

Sabemos que a Educação Matemática, apesar de proporcionar benefícios, possui algumas barreiras e a principal deles é o tempo dispendido em suas aplicações, temos que lembrar que os estudantes não estudam somente Matemática, assim não podemos trabalhar todo o tempo com as tendências em Educação Matemática. Sob outro ângulo, os educandos, em sua maioria, não possuem uma boa fundamentação nos conceitos de Matemática Pura. Ainda, Onuchic (2013, p.91) relata esse paralelo e mostra a necessidade da união dessas duas formas de trabalhar a Matemática. Por um lado, cita um artigo de Bass, que mostra a importância dos conceitos matemáticos para fornecer a linguagem e os conceitos adequados para descrição, análise, modelação e simulação. Por outro lado, a Educação Matemática que:

> leva a debates intensos de professores de Matemática de todos os níveis de ensino, educadores matemáticos transitando em um campo de estudos, matemáticos colaborando em currículos, com seus conceitos e conteúdos, suas técnicas operatórias e suas muitas e diferentes aplicações. (ONUCHIC, 2013, p. 91)

2.1 Abordagens da Resolução de Problemas

Apesar da história mostrar que Resolução de Problemas tem sido utilizada desde a era antes de Cristo e foi considerada como tendência de ensino no final do século passado, existem divergências sobre como aplicar essa técnica para o ensino-aprendizagem da Matemática. Quando em 1980, o NCTM - *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática), nos Estados Unidos, publicou o documento *An Agenda for Action: Recomendations for School Mathematics of the* $1980's$ (Uma Agenda de Ação: Recomendações para a Matemática escolar nos anos 80), preocupado com o ensino-aprendizagem da Matemática, definiu como primeira recomendação, que resolver problemas deve ser o foco da Matemática escolar para os anos 80 (NUNES, 2010). Segundo Nunes (2010, p.80), “Os educadores matemáticos daquela época tinham um grande interesse em fazer da Resolução de Problemas um foco do currículo de Matemática". Mas, sem uma metodologia bem definida, existiram várias abordagens diferenciadas e pesquisadores passaram a questionar essa metodologia, tornando-a foco de estudos da década de 1990.

Não se deve confundir a metodologia de Resolução de Problemas, na construção dos conceitos da Matemática, com resolver problemas para fixar conceitos matemáticos. Brasil *apud* Allevato (2005) afirma:

> Tradicionalmente o problema é empregado, pelos professores, na verificação e na fixação da aprendizagem. Atentando, porém, para a história das ciências, notamos que o problema antecede invariavelmente as descobertas, é o provocador dos estudos e o orientador das construções teóricas. Por que no ensino da Matemática especialmente, invertemos a ordem natural das coisas? (BRASIL *apud* ALLEVATO, 2005, p.22)

A Resolução de Problemas precisa ser abordada de maneira a construir conhecimentos novos e não recordar ou fixar conhecimentos já adquiridos, nessa óptica, devemos usá-la como propulsora da aprendizagem. Segundo Damaceno (2011, p. 6):

> Podemos fazer uso da Resolução de Problemas como ponto de partida para introdução de conteúdos. Muitas vezes alguns temas vêm sobrecarregados de informações, conceitos, definições, enfim, é inevitável que em muitos casos aconteça um bloqueio da aprendizagem de alguns estudantes. Isso acontece, porque eles não conseguem associar esse novo conhecimento em virtude da bagagem de informações que eles possuem. Entretanto, com a boa escolha do problema é possível fazer uma ponte com o conhecimento que o estudante já tenha adquirido promovendo uma maior compreensão para a introdução do novo conteúdo desejado. (DAMACENO 2011, p. 6)

Um problema bem elaborado pelo professor deve conter conceitos de domínio dos estudantes e uma aproximação com suas realidades, para que possa ser interessante a resolução do mesmo. Com esse despertar, os estudantes podem querer desenvolver o problema e, nesse momento, encontrarão conceitos que precisarão da pesquisa para aprendê-lo. Dessa forma, o professor, talvez, consiga introduzir conceitos com a Resolução de Problemas e não usá-la como finalizador da aprendizagem.

Com as intepretações de "Uma Agenda de Ação", na década de 1980, e com os estudos realizados nos anos seguintes, a Resolução de Problemas, segundo Nunes (2010), recebeu quatro abordagens diferentes para se ensinar Matemática, sendo elas: ensinar "*sobre*", "*para*", "*via*" e "*através*" da Resolução de Problemas, sendo que anteriormente a Nunes, alguns autores não consideravam diferenciação entre as duas últimas abordagens. Vamos falar um pouco sobre cada uma delas.

2.1.1 Ensinar *sobre* Resolução de Problemas

É um método em que o professor ensina aos estudantes como resolver um problema, sendo um novo conceito, uma metodologia. Nunes (2010) diz que os educadores que ensinam sobre Resolução de Problemas seguem os quatro passos de Polya ou alguma variação deles, que são: "compreender o problema; devisar um plano; levar o plano adiante; e olhar de volta ao problema original, no intuito de analisar a validade da solução encontrada" (NUNES, 2010, p.82). Nessa metodologia, o estudante aprende a ser um bom resolvedor de problemas, mas, nem sempre, aprende-se Matemática com essa técnica.

2.1.2 Ensinar *para* Resolução de Problemas

Ensinar *para* resolver problemas aborda o aprender Matemática para ser utilizado nas resoluções de problemas, tanto fechados quanto abertos. Para verificarmos as abordagens desenvolvidas para Resolução de Problemas, devemos definir os tipos de problemas, que segundo Shimada *apud* Allevato (2005, p. 43-44), são dois: os fechados e os abertos. Sendo que o primeiro é constituído dos problemas tradicionais, em que só existe uma resposta correta e predeterminada, já o segundo possui vários métodos para obter a resposta. Afirma o autor que esse último deve ser o primeiro a ser apresentado aos estudantes, para que eles possam vivenciar novidades nesse processo de ensino-aprendizagem.

Essa metodologia é usada de forma repetitiva, em que os estudantes fazem um grande número de problemas, com a utilização da matéria trabalhada em sala, usando alguns como modelos para resolverem outros, como fixação dos conteúdos abordados. Segundo Nunes (2010), "aos estudantes devem ser dados muitos exemplos de conceitos e de estruturas matemáticas que eles estão estudando, e muitas oportunidades em aplicar essa Matemática na Resolução de Problemas". A autora alega que essa abordagem justifica-se no conceito de que o intuito de aprender Matemática é para ser capaz de resolver problemas. Por essa óptica, o ensinar *para* resolver problemas mostra a aplicação dos conceitos trabalhados e a necessidade de que os estudantes os aprendam, para aplicarem em seu convívio.

2.1.3 Ensinar *via* Resolução de Problemas

No final da década de 1980, estudiosos alertaram para a má interpretação da principal recomendação da "Uma Agenda para Ação", sendo que a Resolução de Problemas fosse o foco da Matemática nos anos 80. Esses começaram a pensar a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino da Matemática, como um ponto propulsor do conhecimento e não mais como um método de fixação de conceitos (NUNES, 2010).

Com esses estudos, concluíram que ensinar *via* Resolução de Problemas, era o meio de trabalhar a Matemática. Como afirmam Schroeder e Lester *apud* Nunes (2010)

> No ensino *via* Resolução de Problemas, os problemas são trabalhados não apenas com o propósito de se aprender Matemática, mas também como o principal meio de se fazer isso. Nessa abordagem, o ensino de um tópico de Matemática começa com uma situação problema que incorpora aspectos chave do tópico, e técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis a problemas razoáveis. Um objeti-

> vo de se aprender Matemática é o de transformar certos problemas não rotineiros em rotineiros. A aprendizagem Matemática, nessa forma, pode ser vista como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como um exemplo de conceito matemático ou de técnica Matemática) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos). (SCHROEDER E LESTER *apud* NUNES 2010, p.84)

Allevato (2005) comenta que os estudantes deixam de ser considerados recipientes vazios, a serem preenchidos com informações fragmentadas e passam a ser parte do processo de ensino-aprendizagem, segundo uma ideia construtivista.

Nunes(2010) e Allevato(2005) comentam que o ensino via Resolução de Problemas é a abordagem mais coerente com as recomendações do NCTM[4], conforme as quais:

(1) habilidades e conceitos matemáticos devem ser aprendidos no contexto da Resolução de Problemas,

(2) o desenvolvimento de processos de pensamento de ordem superior deve ser estimulado através de experiências em Resolução de Problemas, e

(3) o ensino de Matemática deve ocorrer, por investigação orientada, em um ambiente de Resolução de Problemas.

2.1.4 Ensinar *através de* Resolução de Problemas

O ensinar *através* da Resolução de Problemas é só uma variação conceitual do ensinar *via* Resolução de Problemas, pois a abordagem do *via* significa "por meio de", enquanto a expressão *através de* é mais abrangente, acompanha a aprendizagem do começo ao fim e não é apenas um recurso de ensino-aprendizagem. Nunes (2010) comenta que:

[4] *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática)

> A expressão "através de" é uma forma de ensinar e, consequentemente, aprender e, durante o processo, fazer Matemática, pois o estudante diante do problema deve se mostrar como um co-construtor do seu próprio conhecimento. Nessa abordagem o objetivo primeiro é apresentar para os estudantes problemas que gerarão novos conceitos ou conteúdos. (NUNES, 2010, p. 84 e 85)

Van de Walle *apud* Nunes (2010) enfatiza que o ensino da Matemática deve começar a partir do conhecimento dos estudantes e não no saber do professor, como nos métodos tradicionais. Deve ser levado em consideração o conhecimento dos educandos, para que os mesmos possam construir o seu saber, ao invés de ter lacunas preenchidas por informações dos professores, não atentando às formas diferentes que cada pessoa possui na interpretação e execução das atividades cotidianas.

O ambiente de sala de aula precisa contribuir para esse ensinar. O professor necessita pensar e estar bem preparado para três importantes momentos, o *antes*, o *durante* e o *depois*. Com ações bem planejadas pelos educadores, seguindo o entendimento de Van de Walle, Nunes (2010) expressa os três instantes com as seguintes abordagens:

- *antes*: deve ser enfatizado os conceitos previamente adquiridos pelos estudantes, além de explicar, com clareza, o objetivo do problema proposto, para que no final desse momento não haja dúvidas sobre a proposta da aula.
- *durante*: a divisão da sala em grupos, os quais poderão abordar o problema de formas diferentes. Nesse caso, o professor precisa saber ouvir, sem direcionar a resolução dos mesmos, para que apareçam formas distintas de resoluções.
- *depois*: nesse momento, o professor precisa incentivar a discussão das resoluções obtidas pelos grupos, sem avaliá-las, deixando para os estudantes a decisão da melhor forma de resolução do problema. Após essa socialização, o professor conclui o modo formal dessa resolução e não descarta as outras soluções, encorajando-os à reflexão dos métodos e às extensões dessas resoluções.

A metodologia da Resolução de Problemas tenta aproximar o aprendizado da Matemática a uma situação prazerosa, pois todos podem participar sem medo de "errar", por estarem em processo de aprendizagem, em que os erros são construtivos para o ensino-aprendizado. Allevato (2005) salienta que:

> Quando o professor adota essa metodologia, os estudantes podem aprender tanto *sobre* Resolução de Problemas, quanto aprendem Matemática *para* resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática *através* da Resolução de Problemas. (ALLEVATO, 2005, p. 61).

A tendência de Educação Matemática "Resolução de Problemas" passou por todas as etapas *sobre*, *para*, *via*, e, atualmente, considera-se apenas *através de* como abordagem de ensino.

2.2 A Informática

Entre os vários recursos tecnológicos existentes, a informática vem inovando o ensino-aprendizado, um pouco subutilizado pelos docentes, como já citado anteriormente, pois leva o professor a uma zona de risco, em que passa a não ter domínio total das atividades propostas (BICUDO e BORBA, 2004). Com professores melhores preparados e a utilização de *softwares* didáticos podemos ter uma melhora no ensino da Matemática, pois, os *softwares* são dinâmicos, envolventes e visualizam a interação de conceitos algébricos, geométricos, estatísticos, trigonométricos, gráficos e tabelas.

Existem *softwares* com licença paga, *shareware* (podem ser experimentados antes da compra), demo (demostra o que faz e manipulável em alguns recursos) e gratuitos (com instalação livre). Este trabalho utilizará do *software*, gratuito, de Geometria Dinâmica "`GeoGebra`", por ser de fácil instalação e manipulação. Segundo Araújo (2010),

> O `GeoGebra` (Geometria e Álgebra) é um programa de código-aberto (GNU - General Public License), o qual pode ser baixado gratuitamente a partir do www.geogebra.org. Alguns fatos disponíveis do website do software (GEOGE-

> BRA, s/d) incluem o fato de ser o `GeoGebra` "um software de matemática dinâmica gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema". (ARAÚJO, 2010, p. 49)

Usar um *software* pedagógico gratuito possibilita aos educandos a instalação e manipulação do mesmo em suas casas, fazendo com que a atividade de aprendizagem transcenda a escola. Os estudantes envolvidos pela tecnologia são estimulados a produzirem outras atividades didáticas, as quais auxiliarão no seu entendimento da Geometria trabalhada no Ensino Médio.

2.3 Resolução de Problemas aliado à Informática

A Resolução de Problemas aliada à Informática é a união de duas tendências de ensino-aprendizagem, cujo objetivo está em utilizar a Informática como instrumento de visualização e experimentação do aprendizado adquirido através da Resolução de Problemas, assim como na produção de novos conhecimentos. A partir dessa perspectiva, Borba e Penteado *apud* Allevato (2005) rejeitam a visão dicotômica entre ser humano e técnica, afirmando que:

> os seres humanos são constituídos por técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, esses mesmos seres humanos estão constantemente transformando essas técnicas. Assim, não faz sentido uma visão dicotômica. Mais ainda, entendemos que conhecimento só é produzido com uma determinada mídia, ou com uma tecnologia da inteligência. É por isso que adotamos uma perspectiva teórica que se apoia na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias e não, como sugerem outras teorias, por seres humanos solitários ou coletivos formados apenas por seres humanos. (ALLEVATO, 2005 p. 46)

A Resolução de Problemas precisa ser abordada de maneira a construir conhecimentos novos e, para que isso ocorra, o ambiente de sala de aula precisa contribuir para esse ensinar, Allevato (2005) comenta que:

> Observações feitas por pesquisadores mostram que, durante situações de ensino em ambiente computacional, os estudantes, em geral, escolhem trabalhar em grupo e tendem a discutir com mais interesse as atividades matemáticas. Desde que os computadores começaram a ser introduzidos no ensino, por volta de 1980, são apresentados relatos que testemunham a tendência marcante ao desenvolvimento de ambientes de aprendizagem colaborativa. A partir de *feedbacks* oferecidos pelo computador os alunos iniciam uma troca de experiências, compartilham compreensões, dão sugestões aos colegas e caminham por um jogo de contraexemplos, novas conjecturas e reformulação de conceitos. (ALLEVATO, 2005, p. 90)

Quando buscamos um comparativo entre as duas tendências de ensino, podemos observar que ambas buscam ensinar por uma sequência semelhante, pois para Valente (1993), a sequência usada na Tecnologia é: a descrição de uma ideia em uma linguagem formal; depois a execução e a descrição dos dados para um resultado obtido pela máquina; no terceiro passo, o estudante terá que refletir sobre esses resultados; e por último, uma possível depuração, se não obteve o resultado esperado. Esses quatro atos citados por Valente (1993) são similares aos quatro passos de Polya, em Resolução de Problemas, que são: "compreender o problema; devisar um plano; levar o plano adiante; e olhar de volta ao problema original, no intuito de analisar a validade da solução encontrada" (NUNES, 2010, p.82).

Nessa perspectiva, essas tendências se interagem, pois, descrever uma ideia é similar a compreender o problema; a execução e a descrição dos dados equivalem a devisar um plano; levar o plano adiante e analisar a validação da solução são análogos a reflexão dos resultados e a uma possível depuração.

É importante ressaltar que existe a necessidade da formação continuada do professor mediador desse processo, uma vez que o professor deverá ter o domínio dos *softwares* utilizados e assim obter êxito no decorrer do trabalho.

Este trabalho usará das Tecnologias impressas, manipuláveis e digitais, em especial o *softtware* `GeoGebra`, para ensinar através de Resolução de Problemas, com uma abordagem direcionada a alunos do curso técnico em Agropecuária. Com a junção dessas metodologias de ensino, acreditamos em um resultado mais satisfatório, pois a tecnologia é utilizada por todos os alunos e a Resolução de Problemas envolve situações do seu cotidiano. Para Gomes e Rodrigues (2014), "o professor acaba por utilizar muitas tendências em uma determinada atividade", por isso, algumas vezes essa junção é devido a sua formação e outras por usar sua criatividade em prol de uma tentativa de melhorar o ensino-aprendizagem dos estudantes.

Nesse sentido, no próximo capítulo, apresentaremos uma proposta que envolva a união dessas tendências para a introdução dos conceitos da Geometria Métrica Espacial.

CAPÍTULO 3: Cálculo do volume e da área de sólidos geométricos através da Resolução de Problemas e Tecnologias

De acordo com Nunes (2010), o ensino da Matemática, no Brasil, no século passado, era de forma fragmentada em Aritmética, Álgebra e Geometria, matérias ensinadas por professores diferentes na maioria das escolas. Ainda segundo Nunes (2010), essa ação fazia com que as disciplinas possuíssem um ensino abstrato, sem contextualização. Com o Movimento da Matemática Moderna, por volta da década de 1960, a preocupação era maior com a Álgebra e Aritmética, com um relativo desprezo da Geometria, pois esta possui uma forma mais questionável dos seus conceitos, dos estudantes para os professores. Relata Nunes que, em muitas escolas públicas, a Geometria não era trabalhada, o que gerou um desconhecimento dos alunos e dificuldades de aprendizagem de futuros professores. No final da década de 1980, houve um movimento de professores, preocupados com o desconhecimento dos conceitos Euclidianos da Geometria, que promoveram um esforço para a retomada do ensino desse conteúdo em todas as escolas. Até que no início deste século, a Geometria passou a ser considerada como propulsora de outros conhecimentos, como cita Nunes (2010, p. 101):

> Os PCNs[5] (2001), por sua vez, enfatizam a importância do

> ensino de Geometria, nos currículos escolares, quando justificam sua relevância no que se refere ao trabalho onde noções geométricas contribuem para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (NUNES, 2010, p. 101)

O ensino da Geometria deve ser abordado, no ensino fundamental e médio, com ênfase para a formação de alunos críticos e capazes de um melhor poder de raciocínio lógico. Para Nunes (2010), embasada no Standards 2000, o ensino da Geometria, de forma eficiente, é justificado por:

> (1) ao se estudar Geometria, os alunos têm a oportunidade de aprender as formas e estruturas geométricas e o modo de analisar as suas características e relações; (2) a visualização espacial constitui um aspecto essencial do raciocínio geométrico; (3) a Geometria constitui um contexto natural para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de argumentação dos alunos, culminando no trabalho de demonstração no ensino secundário; (4) as ideias geométricas revelam-se muito úteis na representação e resolução de problemas em outras áreas da matemática e em situações do dia-a-dia, pelo que a Geometria deverá ser integrada, sempre que possível, com outras áreas. (NUNES, 2010, p. 107)

Para desenvolver os conhecimentos da Geometria, um estudante precisa estar motivado e como essa motivação não é conseguida de forma externa, precisamos encorajá-los a usar os seus conhecimentos e as suas habilidades, para resolverem problemas do seu cotidiano. Por isso, aliamos Resolução de Problemas e Tecnologias para resolver um problema de Geometria Métrica Espacial, o qual é usado na formação de alunos do curso Técnico em Agropecuária integrado ao Ensino Médio.

A Geometria Métrica Espacial estuda os sólidos geométricos, suas medidas, seus elementos, o cálculo de suas áreas e seus volumes. Esses sólidos são divididos em duas classes, os de base poligonais e os redondos, em que os primeiros são os prismas e as pirâmides, já os redondos são os cilindros, os cones e as esferas. O intuito deste trabalho foi desenvolver esses conceitos de aprendizagem com a utilização da Resolução de Problemas aliados às Tecnologias, pois foi proposta uma atividade de ensino através da Resolução de Problemas, dois problemas secundários [6] e uma atividade com o `GeoGebra`. Com isso, os alunos podem usar das Tecnologias com a finalidade de se instruírem, se embasarem e se prepararem para a resolução do problema de aprendizagem desses sólidos.

3.1 Escolha do problema Matemático

Ao pensar numa proposta a ser utilizada em sala de aula, nos deparamos com a seguinte pergunta: qual a diferença entre um problema matemático e um exercício?

Para Allevato (2005), um exercício, em forma de problema, é para relembrar, para praticar, exercitar conceitos já adquiridos na resolução de um algoritmo. Um problema matemático precisa ser investigativo, não se pode ter todos os caminhos pré-definidos para a resolução. Em conformidade com Allevato (2005) e Onuchic (2004), uma questão será um problema, se o estudante ainda não conhece os passos para a resolução, mas tem interesse em resolvê-lo.

Para essa escolha, devemos utilizar o que os estudantes já aprenderam, para que possam usar como ferramenta, mesmo que precisemos relembrá-los, e também necessita fazer parte do seu cotidiano, a fim de que possam verificar a utilidade na sua vida. O problema não pode ser muito fácil, em que os estudantes já possuam todos os caminhos da aprendizagem, mas não pode ser muito difícil, em que não se tenha o ponto de partida ou um entendimento do que se deva fazer. O problema deve ser desafiador, para que os estudantes possam buscar conceitos novos a partir de definições já adquiridas.

Com o intuito de ensinar os sólidos geométricos, que fazem parte das matérias do segundo ano do Ensino Médio, definido pelo Conteúdo Básico Co-

[6] Será tratado com mais detalhes no item 3.1.1

mum da Matemática, no Estado de Minas Gerais, será proposto um problema de cálculo de área e volume, o qual é um conceito novo, com utilização de conteúdos já vistos pelos estudantes dessa série. Esta atividade será ligada à Agropecuária e usaremos os conceitos de Geometria Plana, como área, Teorema de Pitágoras e setor circular, bem como conceitos da área técnica.

Usaremos problemas secundários para relembrar as definições e aplicações da Geometria Plana. Já os conceitos Agropecuários, citaremos no próprio problema, pois não é o foco do nosso trabalho, mesmo sendo relevante para a motivação dos alunos.

3.1.1 Problemas secundários

Mesmo nas dúvidas, com os problemas secundários, os alunos ainda são desafiados e continuam trabalhando com a Resolução de Problemas, ao invés de se propor uma revisão, que na maioria das vezes é o que se pratica em sala.

Para Nunes (2010), um problema secundário pode ser:

> Dúvidas apresentadas pelos alunos no contexto do vocabulário presente no enunciado; no contexto da leitura e interpretação; além daqueles que podem surgir por ocasião da resolução do problema: notação, passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática, conceitos relacionados, técnicas operatórias, a fim de possibilitar a continuidade do trabalho. (NUNES, 2010, p. 92)

Para ajudar na atividade de Resolução de Problemas, podemos usar de alguns problemas menores que nos ajudarão no decorrer da atividade. Para Onuchic (2004), esses problemas são recomendados a fim de que o professor não interfira, explicando a resolução do problema e sim forneça outro problema "menor", com conceitos já conhecidos pelos estudantes.

Iremos propor dois problemas que relembrem os conceitos de área, Teorema de Pitágoras e elementos do setor circular. Usaremos conceitos Agropecuários na abordagem dos problemas secundários, para que não haja a perda de interesse por parte dos estudantes. Essas atividades podem ser propostas no decorrer do problema principal, assim que as dúvidas forem surgindo por algum grupo de estudantes, sendo desnecessárias aos grupos que conseguirem resolver sem dúvidas. Outras dúvidas poderão ocorrer e o professor deverá estar atento para propor outras atividades secundárias.

3.2 A atividade de Resolução de Problemas

A informática, bem como as bibliografias impressas, irão ajudar como fonte de consulta e informações úteis para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem dos sólidos. A construção dos sólidos em cartolina, EVA, acrílico ou em outros materiais, disponibilizados pelo professor ou adquiridos pelos estudantes, também será muito importante para que o educando consiga, a partir de sua planificação, visualizar os sólidos. É relevante, que nessa atividade, dê início sempre com a construção em papel ou em cartolina para que não haja desperdício de materiais mais caros e, com essa atitude, possa inserir uma ideia de protótipo, com materiais de baixo custo, para um consumo consciente, ou, no caso do prisma e pirâmide, a utilização do `GeoGebra`.

O objetivo deste trabalho é elaborar um exemplo de como se trabalhar com Resolução de Problemas em sala de aula. Aplicamos os conceitos de ensinar através da Resolução de Problemas, com uma atividade que utilizou os conceitos prévios dos estudantes do curso técnico em Agropecuária, na área profissionalizante e de Ensino Médio, para o ensino-aprendizagem de sólidos geométricos (áreas, planificações e volumes).

Acreditamos que, para uma melhor compreensão, apresentaremos os problemas secundários antes do problema principal. Porém, como já comentado, tais problemas podem ser propostos durante o problema principal.

3.2.1 A primeira atividade: área e Teorema de Pitágoras

(1) Objetivo: recordar o cálculo da área de algumas figuras e o teorema de Pitágoras. Nesta atividade, abordaremos área de triângulo equilátero, de quadrado e de círculo, lembrando que poderemos usar a do quadrado para recordar a do retângulo, e o Teorema de Pitágoras;

(2) Justificativa: na atividade principal, usaremos esses conceitos para os cálculos das áreas e o cálculo do apótema lateral da pirâmide e para a geratriz do cone;

(3) Descrição do problema: um pequeno pecuarista possui um cavalo e deseja cercar uma área para uso exclusivo desse animal. Verificou que possuía material suficiente para construir 360 metros de cerca e, com o seu conhecimento de Geometria, decidiu que o formato deveria, quando poligonal, ser regular. Qual deve ser a escolha do pecuarista, sabendo que ele pretende usar uma das três figuras geométricas, o triângulo, o quadrado ou o círculo, para sua decisão, considerar a que fornece maior área para o cavalo? Quais as dimensões (lados ou raio) desse pasto?

(4) Habilidades: calcular a área de polígonos e determinar os elementos do triângulo retângulo, bem como a relação de Pitágoras;

(5) Tecnologias: caderno, lápis, borracha, livro, pesquisa simples com a utilização de celular ou computador;

(6) Roteiro: um possível roteiro de resolução seria determinar os lados do triângulo e do quadrado, e o raio da circunferência; a partir do lado do triângulo, usar o Teorema de Pitágoras para determinar a sua altura; de posse desses elementos, calcular as áreas das figuras e verificar qual é a maior área;

(7) Avaliação: verificar, por meio de outras questões, se o estudante sabe calcular a área dos triângulos, quadriláteros e círculos, bem como o interesse no desenvolvimento da atividade;

(8) Possível solução: o estudante encontrará para o triângulo um lado de 120 metros, com a altura de $103,92$ metros, proporcionando uma área (S) de, aproximadamente, $6.235m^2$, para chegar a essa área, provavelmente,

usará o Teorema de Pitágoras para determinar a altura. No quadrado, o lado será de 90 metros e terá uma área de $8.100m^2$. No círculo, o raio será de $57,30$ metros com uma área de, aproximadamente, $10.315m^2$.

Triângulo:

$$3 * l = 360 \Rightarrow l = 120m$$

$$l^2 = (\frac{l}{2})^2 + h^2$$

$$120^2 = 60^2 + h^2$$

$$h^2 = 10800 \Rightarrow h = 103,92m$$

$$S = \frac{b * h}{2}$$

$$S = \frac{120 * 103,92}{2} \Rightarrow S = 6.235,20m^2$$

Quadrado:

$$4 * l = 360 \Rightarrow l = 90m$$

$$S = l^2 \Rightarrow S = 90^2$$

$$S = 8.100m^2$$

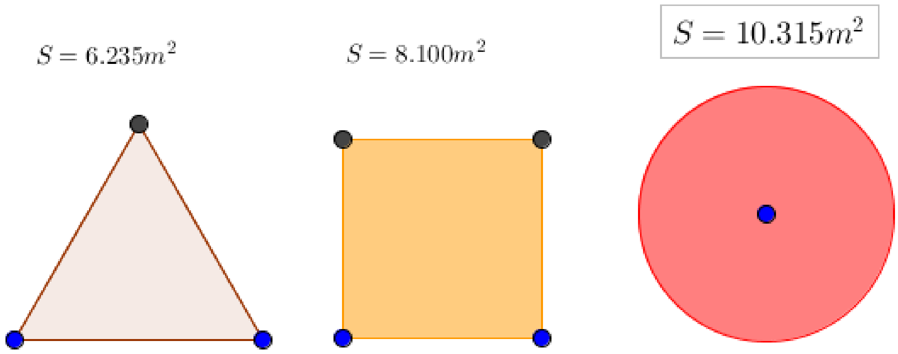
Círculo:

$$2 * \pi * R = 360 \Rightarrow R = 57,30m$$

$$S = \pi * R^2 \Rightarrow S = \pi * 57,30^2$$

$$S = 10.314,76m^2$$

Figura 3.1: Ilustração da resposta da primeira atividade



Fonte: Arquivo do autor

3.2.2 A segunda atividade: setor circular

(1) Objetivo: abordar o setor circular, em que calcularemos os elementos do setor (ângulo e comprimento de arco) bem como a sua área;

(2) Justificativa: na atividade principal, usaremos esses conceitos para o cálculo da área lateral do cone e a relação do comprimento da base com o ângulo de planificação e a geratriz desse cone;

(3) Descrição do problema: em um canto de um pasto, onde os dois segmentos de cerca formam 60°, um carneiro é amarrado com uma corda de 30 metros, do carneiro ao canto do pasto. Para livrar o animal da corda, o seu proprietário resolveu construir uma cerca no local limitado pela corda que o prendia. Com base nessas informações, determine:

   (a) um desenho geométrico da situação descrita pelo problema;

   (b) o nome geométrico desse desenho;

   (c) a área delimitada pela corda, destinada ao pastejo do carneiro;

   (d) o comprimento da cerca que o proprietário terá que fazer para libertar o animal das cordas.

(4) Habilidades: calcular a área de figuras circulares;

(5) Tecnologias: caderno, lápis, borracha, livro, pesquisa simples com a utilização de celular ou computador;

(6) Roteiro: um possível roteiro de resolução seria visualizar que o carneiro descreve um setor circular; transformar o ângulo de graus para radiano; usar uma regra de três para determinar a área do setor circular; relacionar o comprimento do setor circular com o seu raio e ângulo central, para determinar o comprimento da cerca;

(7) Avaliação: verificar, por meio de outras questões, se o estudante sabe calcular a área, o comprimento e o ângulo central do setor circular, bem como o seu interesse no desenvolvimento da atividade;

(8) Possível solução: a atividade acima levará os estudantes a relembrarem do setor circular; área de setor; comprimento de arco de circunferência; relação entre ângulo central, raio e comprimento de arco. O desenho descrito pelo problema é de um setor circular com ângulo central de 60°. A área delimitada pela corda é de, aproximadamente, $470m^2$ e a cerca a ser construída é de 31 metros, aproximadamente.

Área:

$$S = \frac{\alpha * \pi * R^2}{360^\circ} \Rightarrow S = \frac{60^\circ * \pi * 30^2}{360^\circ}$$

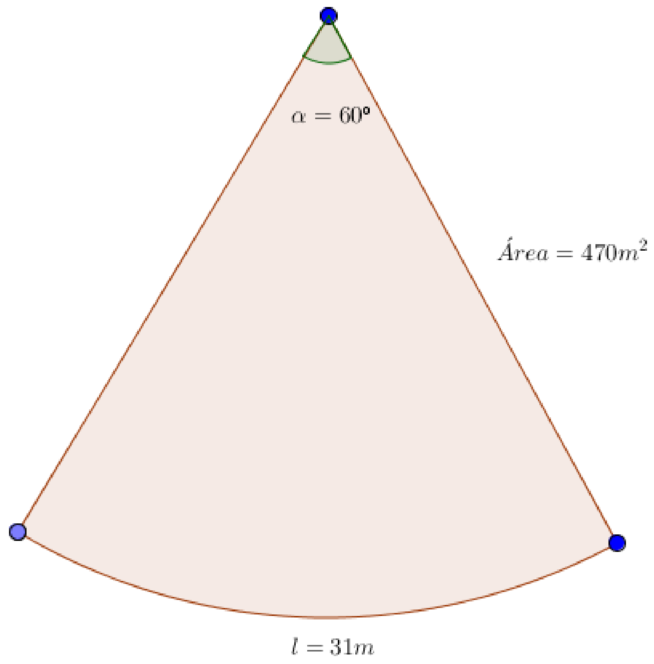
$$S = 470m^2$$

Comprimento da corda (l):

$$S = \frac{l * R}{2}$$

$$470 = \frac{l * 30}{2} \Rightarrow l = 31m$$

Figura 3.2: Ilustração da resposta da segunda atividade



Fonte: Arquivo do autor

A forma de avaliar as atividades de Resolução de Problemas é pelo interesse em executar as atividades propostas, já que, Onuchic (2004) comenta que, no decorrer da atividade, a avaliação deve ser feita pelo envolvimento do estudante e não pelos acertos. Com a atividade concluída, pode-se fazer uma avaliação de conhecimento, com questões menos complexas e mais direcionadas a que se quer verificar.

Como a proposta deste trabalho é aliar a Resolução de Problemas e as Tecnologias, usaremos um *software* matemático para que a aliança não seja somente o uso das Tecnologias como uma ferramenta de pesquisa e de registro de aprendizagem, mas sim, como uma ferramenta de ensino-aprendizagem de Matemática.

A informática faz parte da vida da maioria dos estudantes, eles são fascinados pela facilidade gerada por essa tecnologia, por isso iremos mostrar o `GeoGebra` aos estudantes. Esse *software* faz a junção da tecnologia com as Geometrias (Plana, Espacial e Analítica), também pode ser usado para o estudo de funções. Mostraremos algumas aplicações direcionadas aos sólidos, a fim de que os estudantes possam usá-las para a resolução do problema. Essa terceira atividade terá a duração de 90 minutos.

3.2.3 Terceira atividade: utilização das Tecnologias

Essa atividade focará na utilização do *software* `GeoGebra`, para que os estudantes possam usufruir deste recurso das Tecnologias e conhecerem o prisma e, com esta atividade e incentivo do professor, explorarem os demais sólidos.

(1) Objetivo: trabalhar a Geometria Métrica Espacial com a utilização do *software* `GeoGebra`;

(2) Justificativa: conhecer as ferramentas do `GeoGebra` e familiarizar-se com o *software* para executar alguns dos cálculos pedidos;

(3) Descrição: Em um laboratório de informática, com o `GeoGebra` previamente instalado, proponha que os estudantes, individualmente ou em dupla, acessem o programa e, de posse de um projetor, mostre que o `GeoGebra` possui várias janelas. Usaremos a janela de álgebra, a janela de visualização e janela de visualização $3D$, em que poderemos ver os elementos algébricos, a planificação e o sólido, respectivamente, sendo que a última janela deve ser habilitada na opção "Exibir" e "janela de visualização $3D$", como pode ser visto nas figuras 3.3 e 3.4. Para uma melhor visualização, reduza a janela central e mova os eixos X e Y;

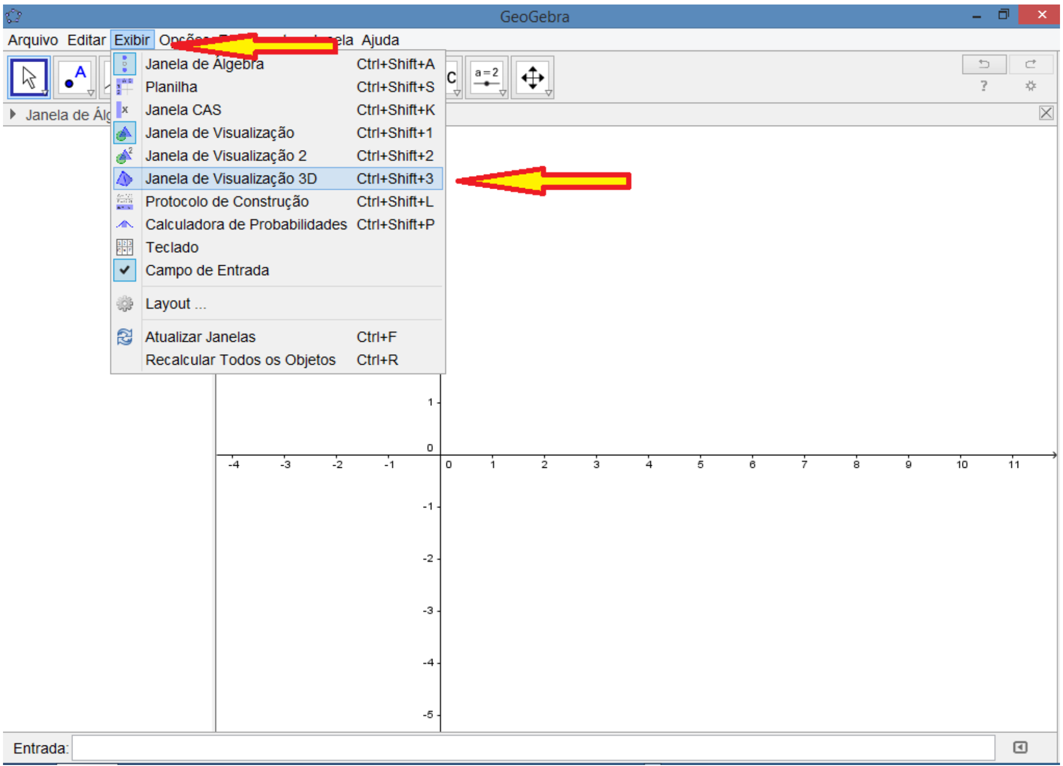
(4) Habilidades: construir os sólidos geométricos, visualizar suas planificações;

(5) Tecnologia: computador com *software* `GeoGebra` instalado;

(6) Roteiro: será apresentado no decorrer da atividade;

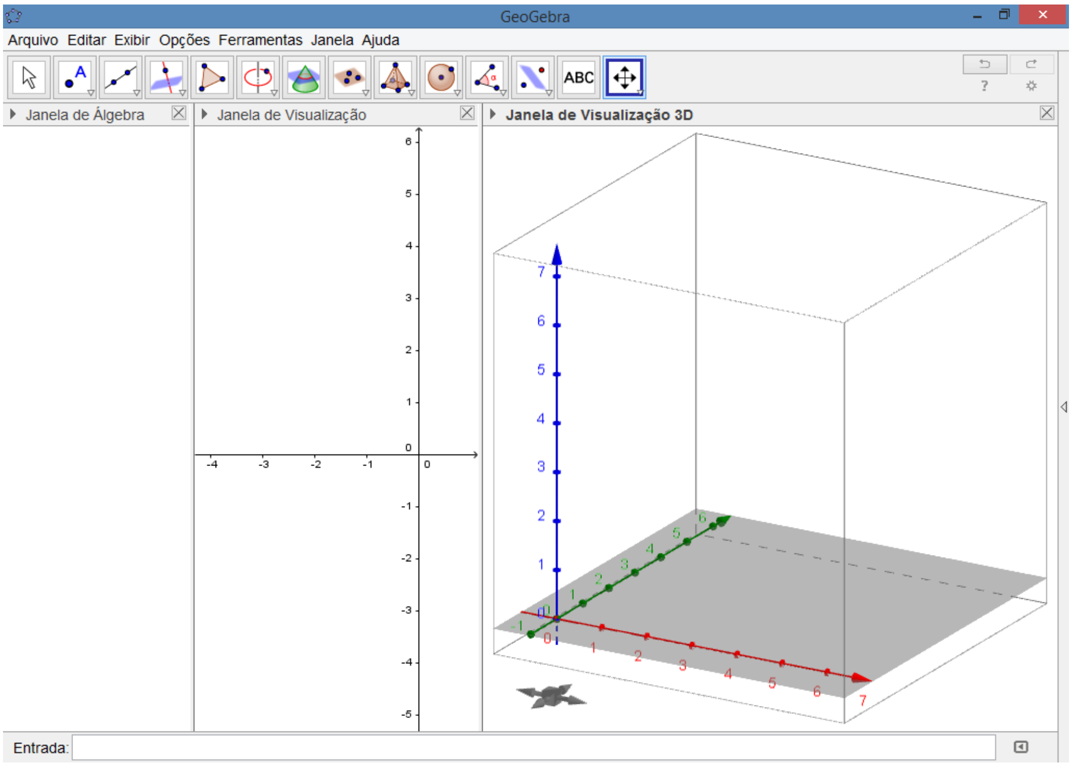
(7) Avaliação: verificar se o estudante aprendeu a trabalhar e explorar o *software*, por meio de outras atividades semelhantes, como a construção de um outro sólido entre os que serão abordados neste trabalho, bem como pela participação dos estudantes na construção do prisma.

Figura 3.3: Exibir janela 3D



Fonte: Arquivo do autor

Figura 3.4: Mostrar janela 3D

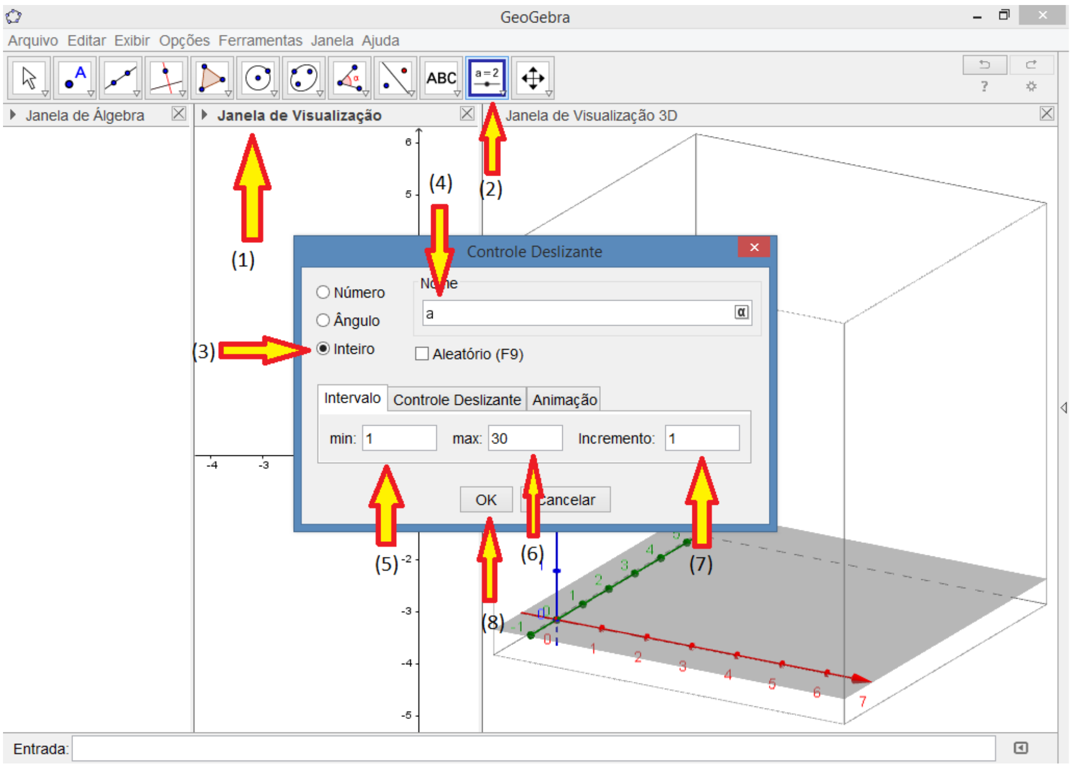


Fonte: Arquivo do autor

Os educandos deverão seguir os passos descritos nas páginas seguintes.

Selecionar a janela de visualização (central) (1) e observar que, na parte superior, há algumas janelas de comandos rápidos, selecionar o "controle deslizante" (2), segunda da direita para a esquerda, e clicar no canto superior esquerdo da janela de visualização, abrirá uma janela em que serão escolhidos: o nome, valor mínimo, valor máximo e incremento. Marque em "inteiro" (3) e escolha para o nome a letra "a" (4) e irá aparecer, na janela: Mín "1" (5) (valor mínimo), Máx "30" (6) (valor máximo) e incremento "1" (7), em seguida, clique em "OK" (8). O elemento "a" dará o tamanho do lado da base do prisma. Estes passos estão ilustrados na figura 3.5

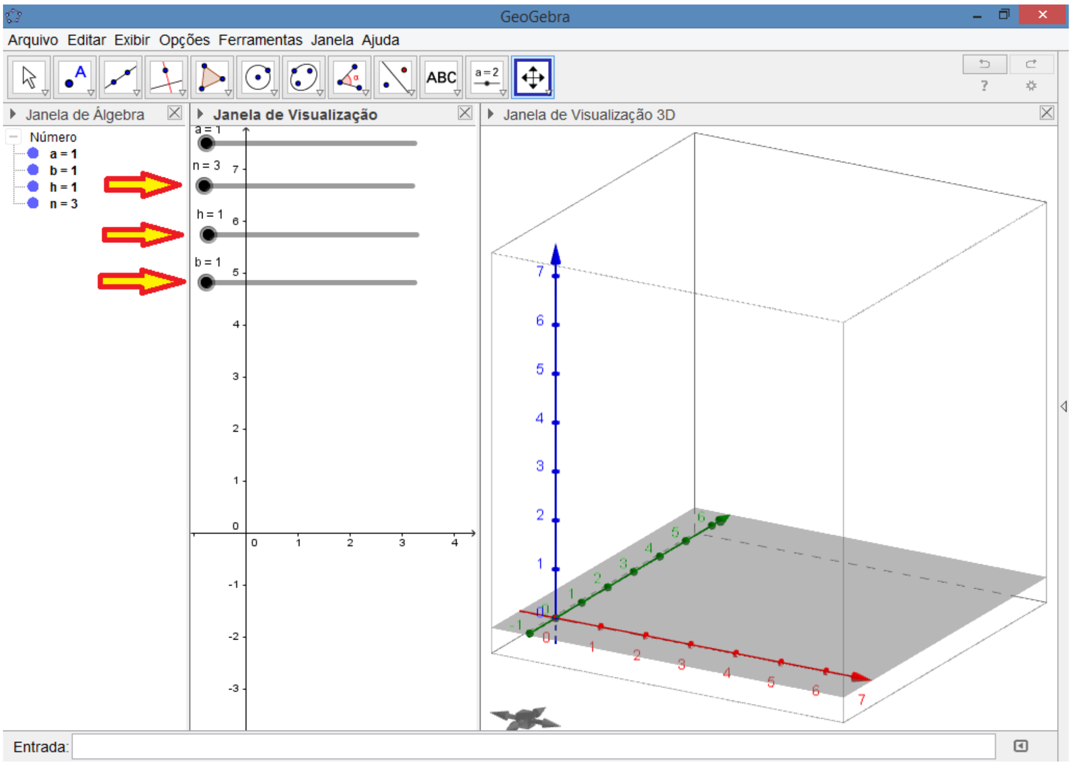
Figura 3.5: Inserir controle deslizante "a"



Fonte: Arquivo do autor

Repetir esse processo para os outros controles deslizantes, como as letras "n" (número de lados do polígono da base), "h" (altura do prisma) e "b" (definirá o prisma em reto ou oblíquo), posicionando-os um abaixo do outro, somente na letra "n", mude o valor "Mín" para "3", pois o "n" dará o número de lados do polígono.

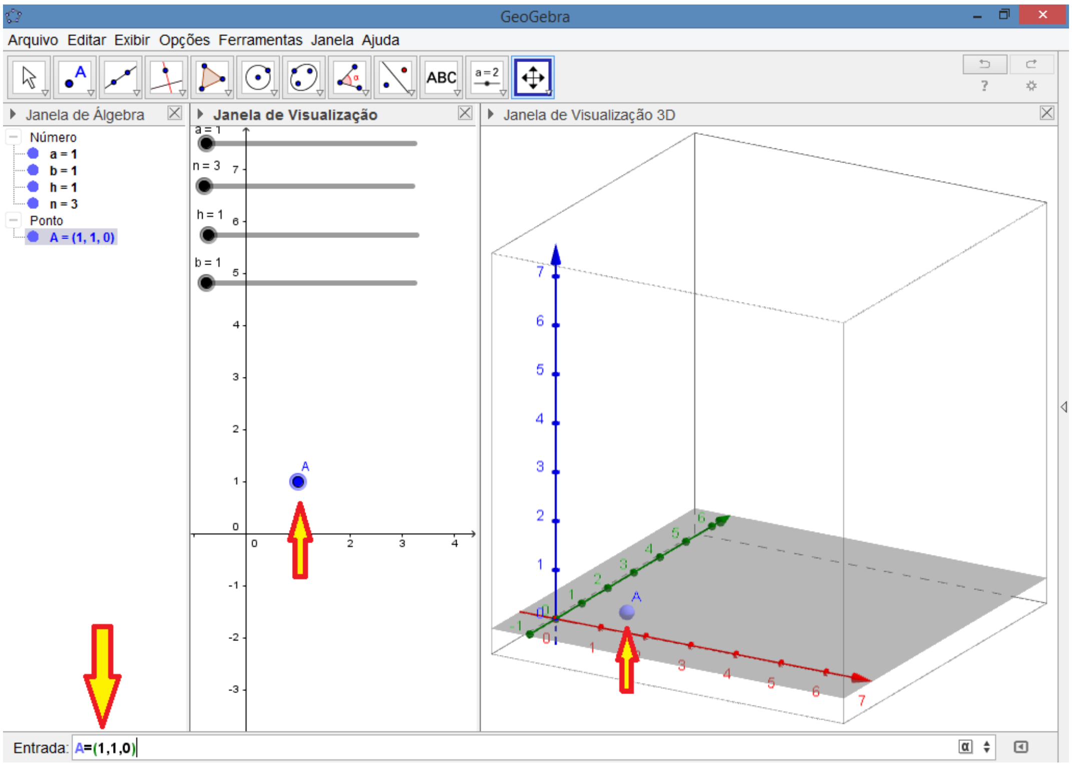
Figura 3.6: Inserir os demais controles deslizantes



Fonte: Arquivo do autor

Na barra "Entrada", situada na parte de baixo e do lado esquerdo, digitar "A=(1,1,0)", em seguida tecle "*Enter*", esse processo localizará um ponto "A" no plano XOY.

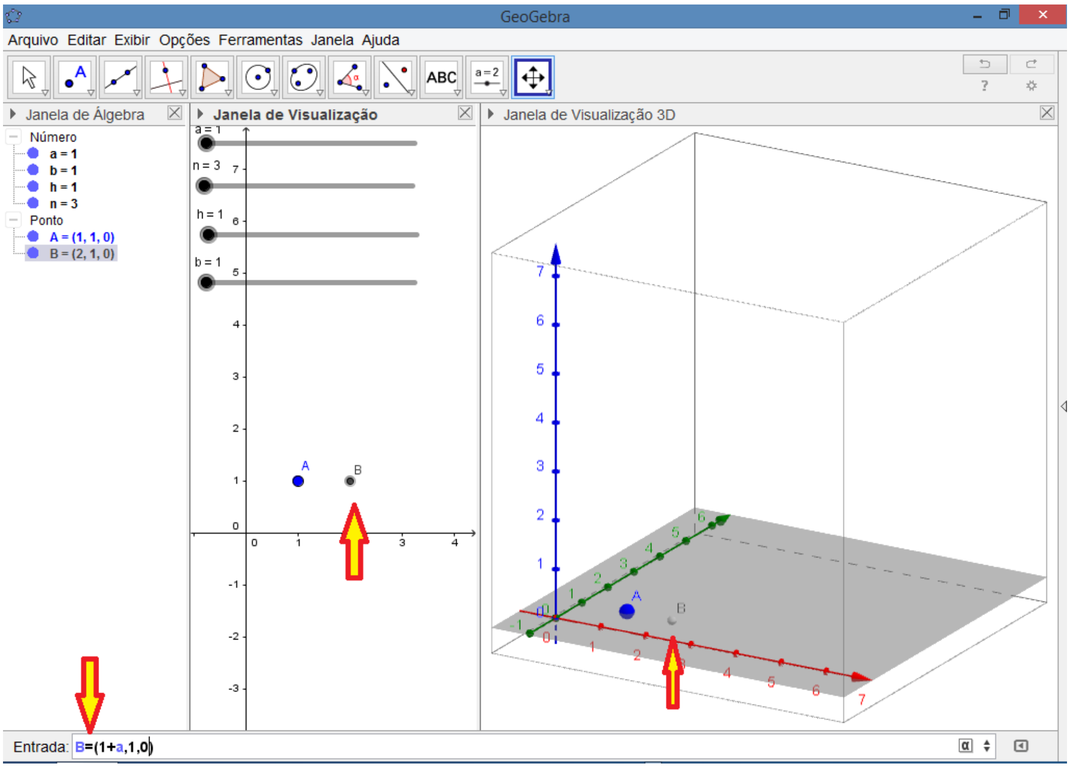
Figura 3.7: Localizar o ponto A



Fonte: Arquivo do autor

No mesmo local, digitar "B=(1+a,1,0)" e tecle "*Enter*", será localizado um ponto "B" no mesmo plano, com uma distância de "a" unidades do ponto "A".

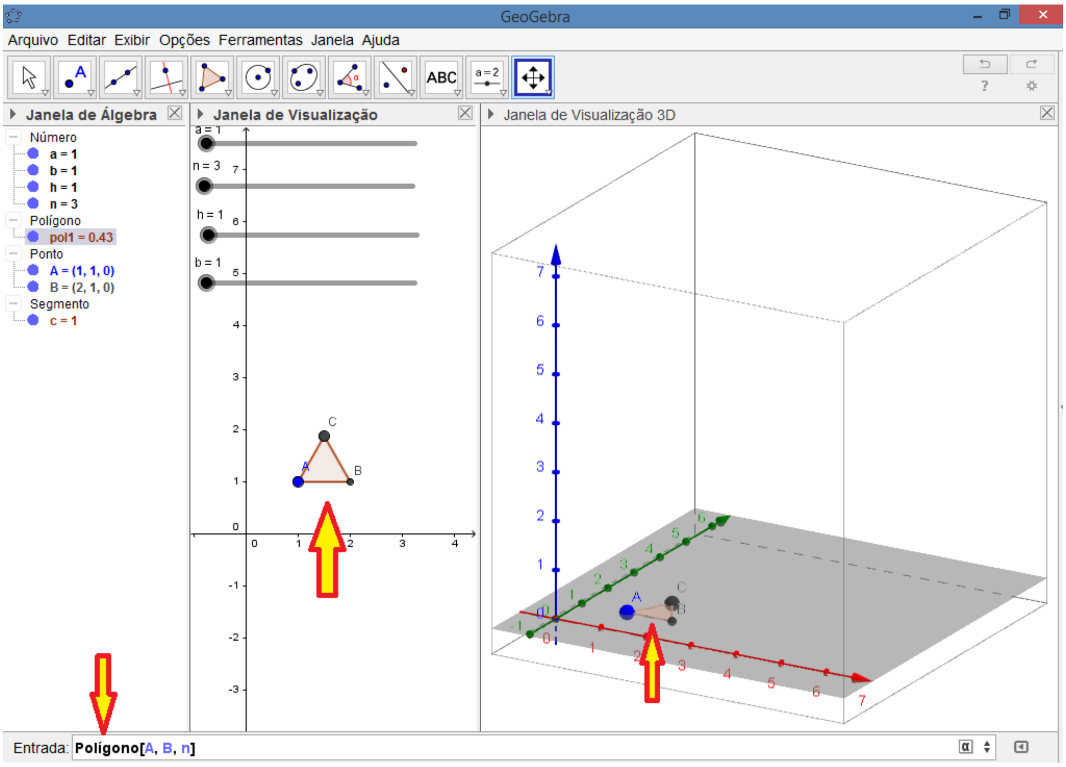
Figura 3.8: Localizar o ponto B



Fonte: Arquivo do autor

Na "Entrada", digitar "Polígono[A, B, n]" e teclar "*Enter*", serão desenhados, na janela de visualização e na janela de visualização 3D, um polígono regular de "n" lados, com cada um de tamanho "a".

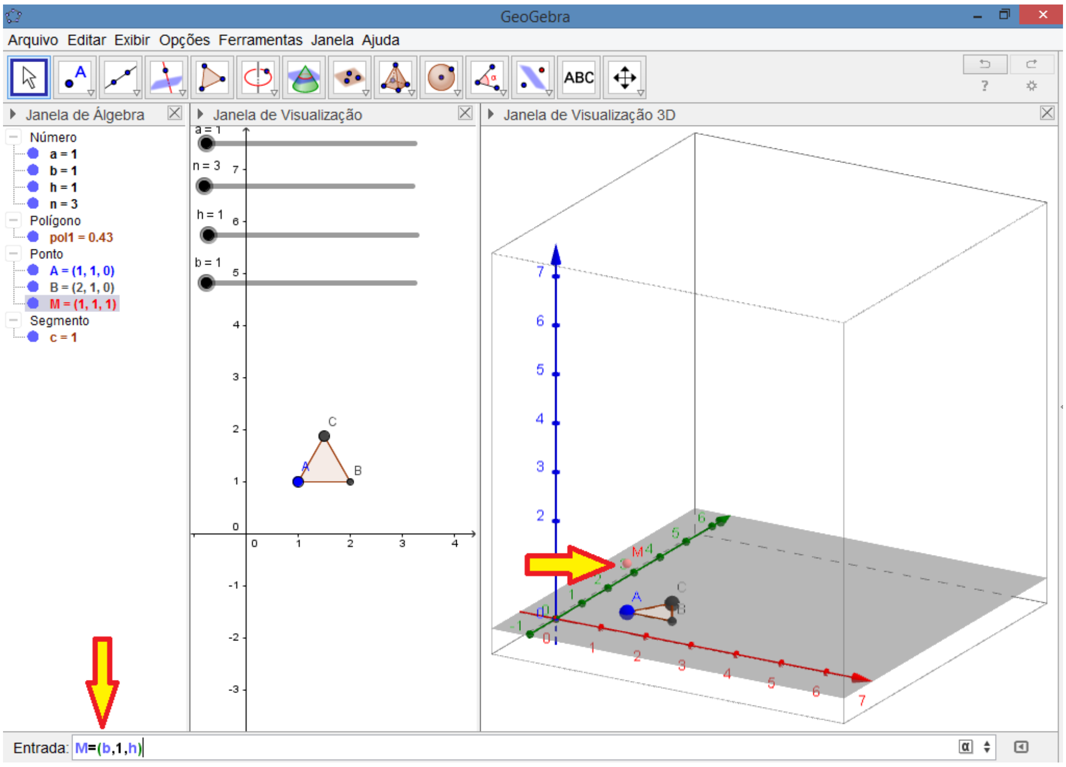
Figura 3.9: Construção do polígono da base



Fonte: Arquivo do autor

Digitar o ponto "M=(b,1,h)", que será referência da altura do prisma, em "Entrada", e teclar "*Enter*", será localizado um ponto no alinhamento vertical do ponto "A" com distância "h", na janela de visualização 3D.

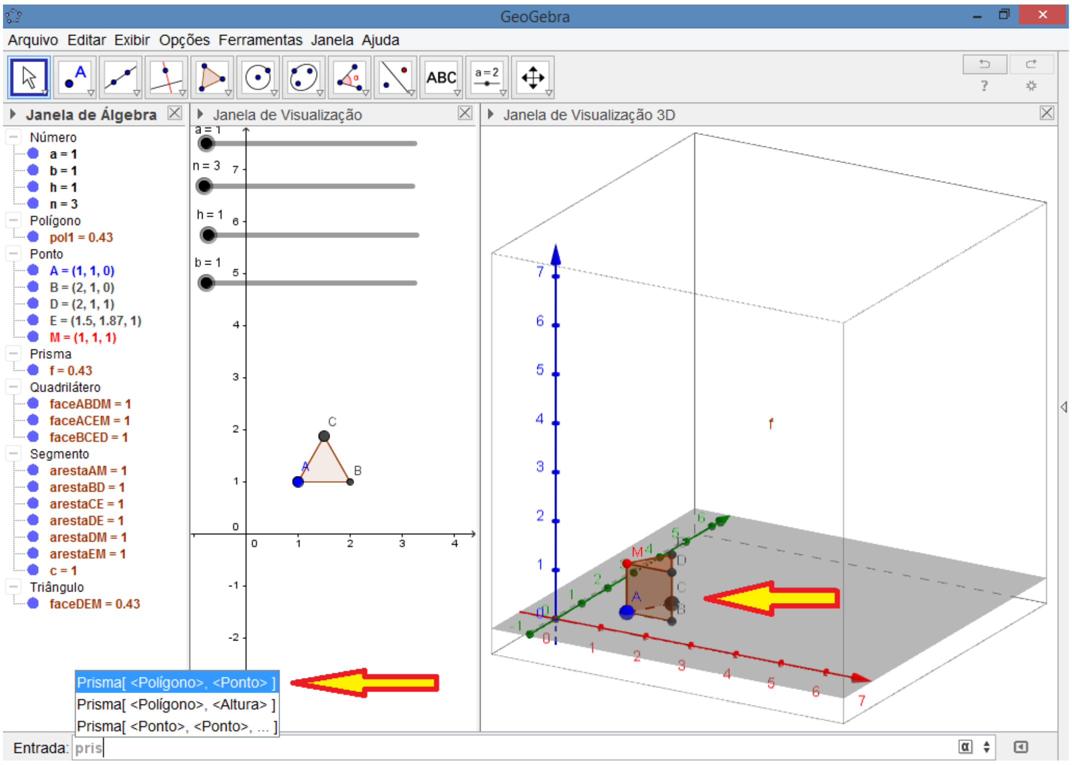
Figura 3.10: Localizar o ponto M



Fonte: Arquivo do autor

Escrever na barra “Entrada” a palavra “prisma” e aparecerá, entre as opções, a: “Prisma[<Polígono>, <Ponto>]”, selecioná-la e, em “polígono”, digitar “pol1” e, em “ponto” digitar “M”. Ao teclar “*Enter*” aparecerá um prisma, inicialmente, triangular regular de lado da base e altura iguais a 1.

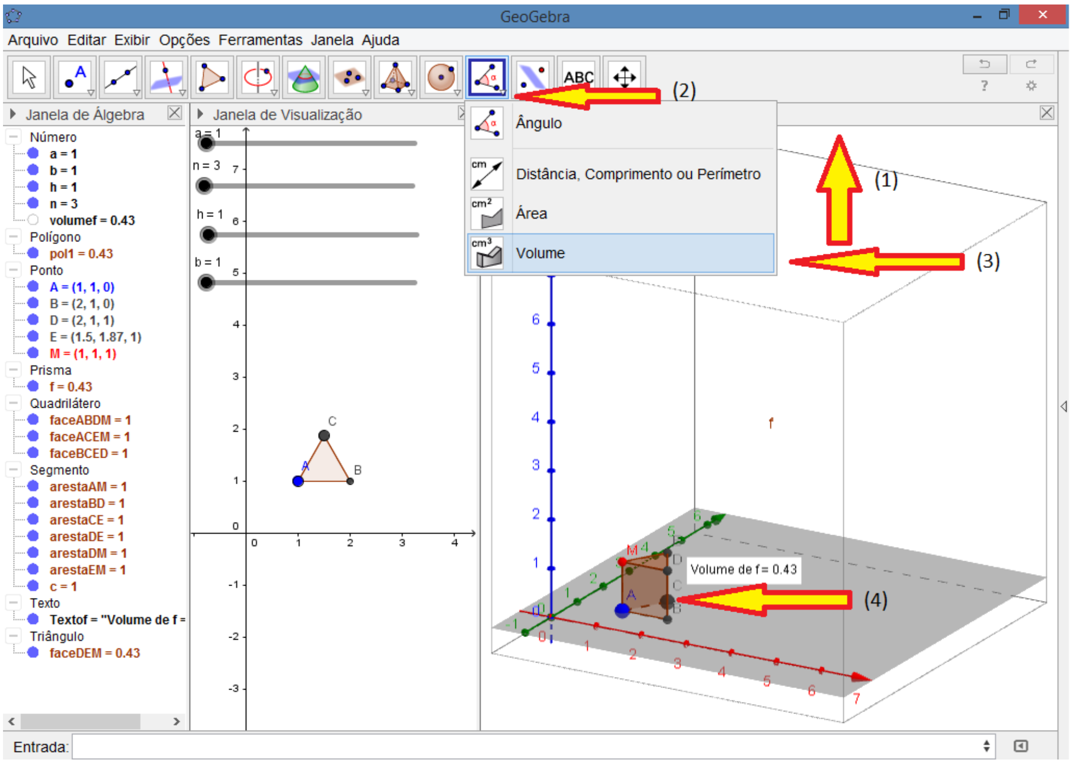
Figura 3.11: Construção do prisma



Fonte: Arquivo do autor

Com a "janela de visualização 3D" selecionada (1), será mostrado entre os comandos rápidos, o desenho de um ângulo (2), clicar na seta no canto de baixo e do lado direito, aparecerão algumas opções, entre elas, a de cálculo de área e a de cálculo de volume. Selecione o "volume" (3) e clique no prisma (4) que aparecerá o valor do volume desse sólido.

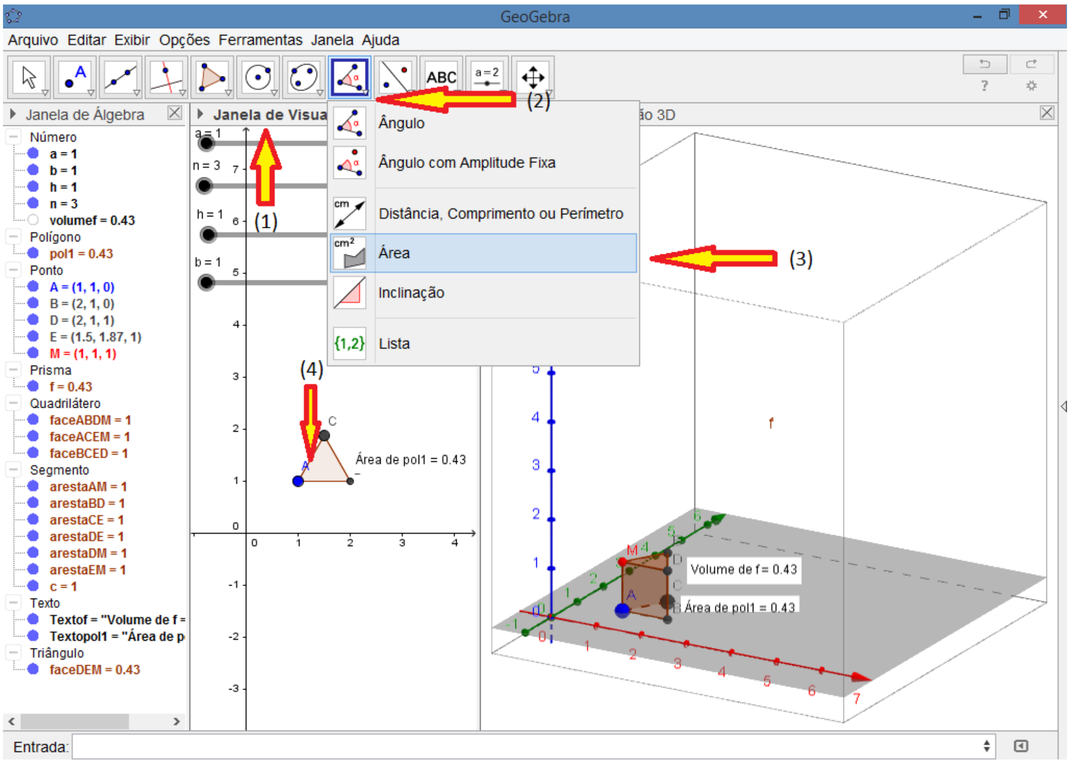
Figura 3.12: Cálculo do volume do prisma



Fonte: Arquivo do autor

Retornar à mesma janela (2) e selecionar "área" (3) e, na janela de visualização (1), clicar no polígono da base (4), da mesma forma será mostrada a área da base.

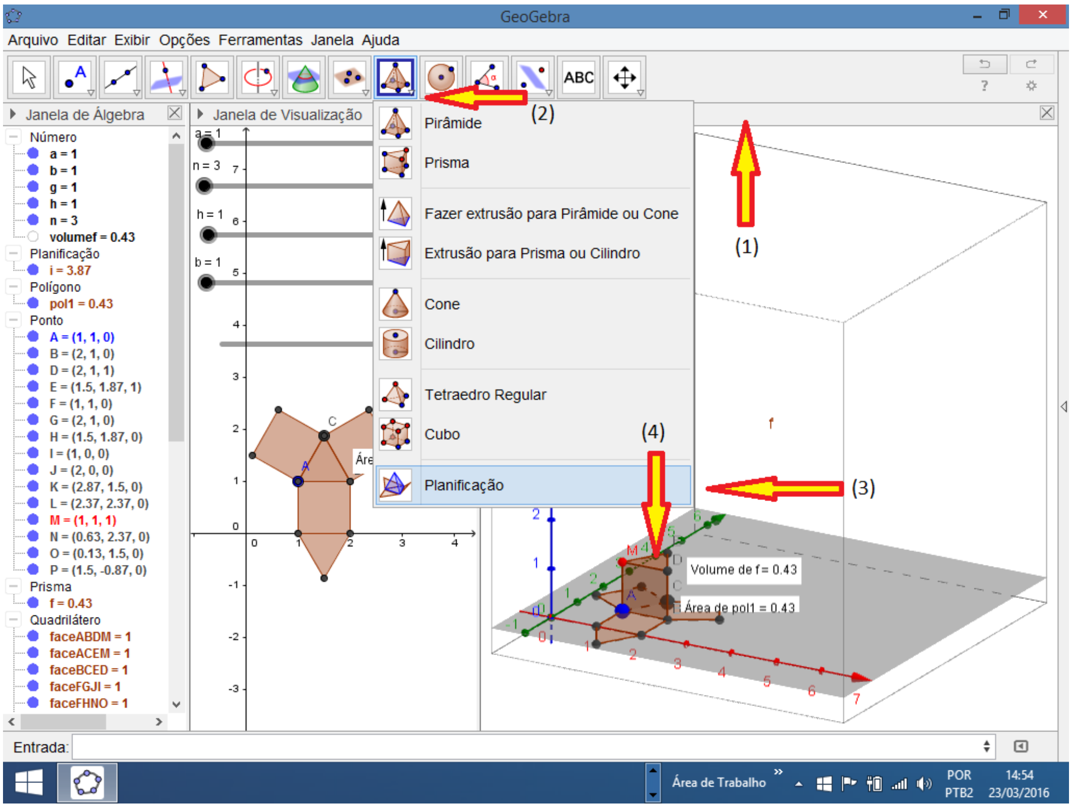
Figura 3.13: Cálculo da área da base do prisma



Fonte: Arquivo do autor

Com a janela de visualização $3D$ selecionada (1), haverá o desenho de uma pirâmide, clicar na seta do canto de baixo e do lado direito (2), selecionar "Planificação" (3) e clicar no prisma (4), aparecerá a planificação do mesmo.

Figura 3.14: Planificação do prisma

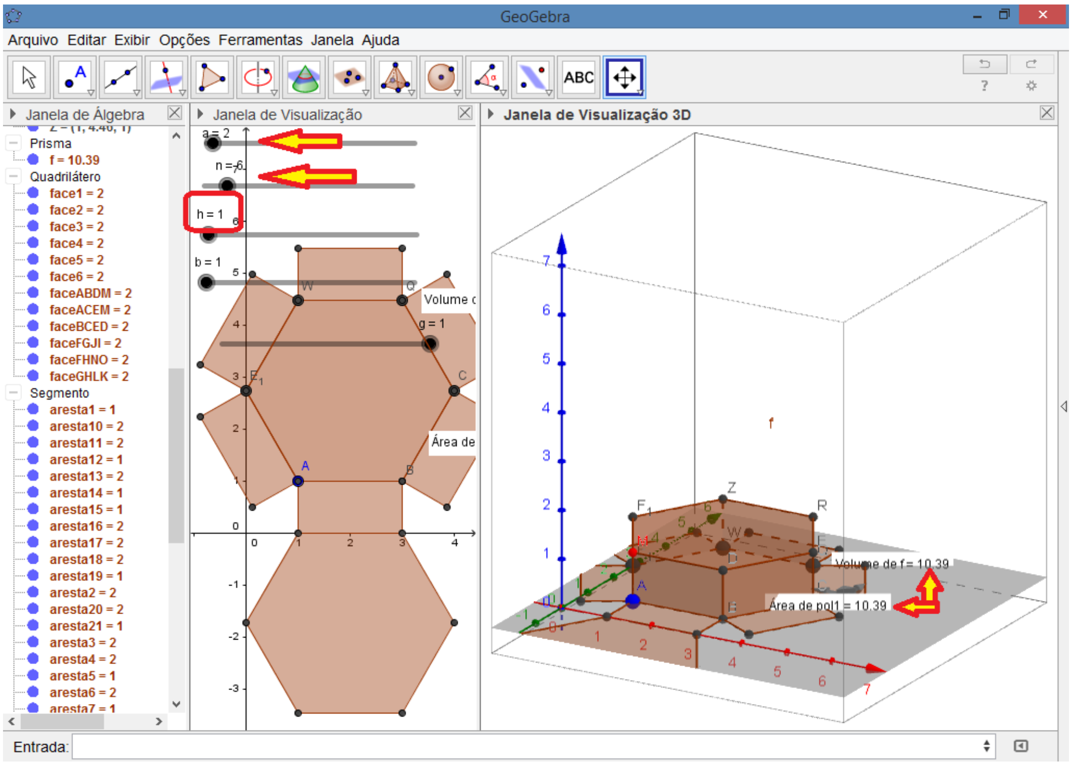


Fonte: Arquivo do autor

Os controles deslizantes são para modificar o prisma, o “a” altera o tamanho do lado da base, o “n” define o número de lados da base, o “h” é a altura do prisma e o “b” mostrará o prisma reto, quando “b=1”, ou oblíquo para outros valores.

Quando o valor do “a” ou do “n” forem modificados, poderá ser mostrado que o volume e a área da base são iguais, para quando o “h” for unitário.

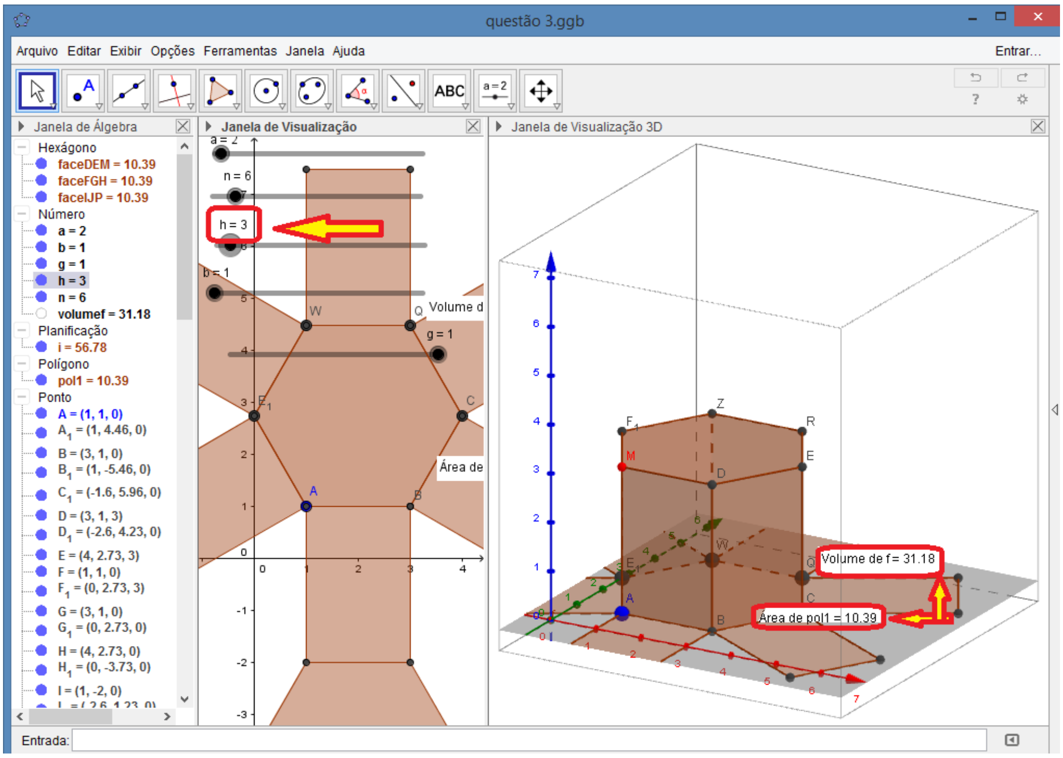
Figura 3.15: Igualdade do volume e da área da base do prisma, quando a altura for unitária



Fonte: Arquivo do autor

Ao alterar o valor do "h", será perceptível que o volume é igual a h vezes o valor da área da base.

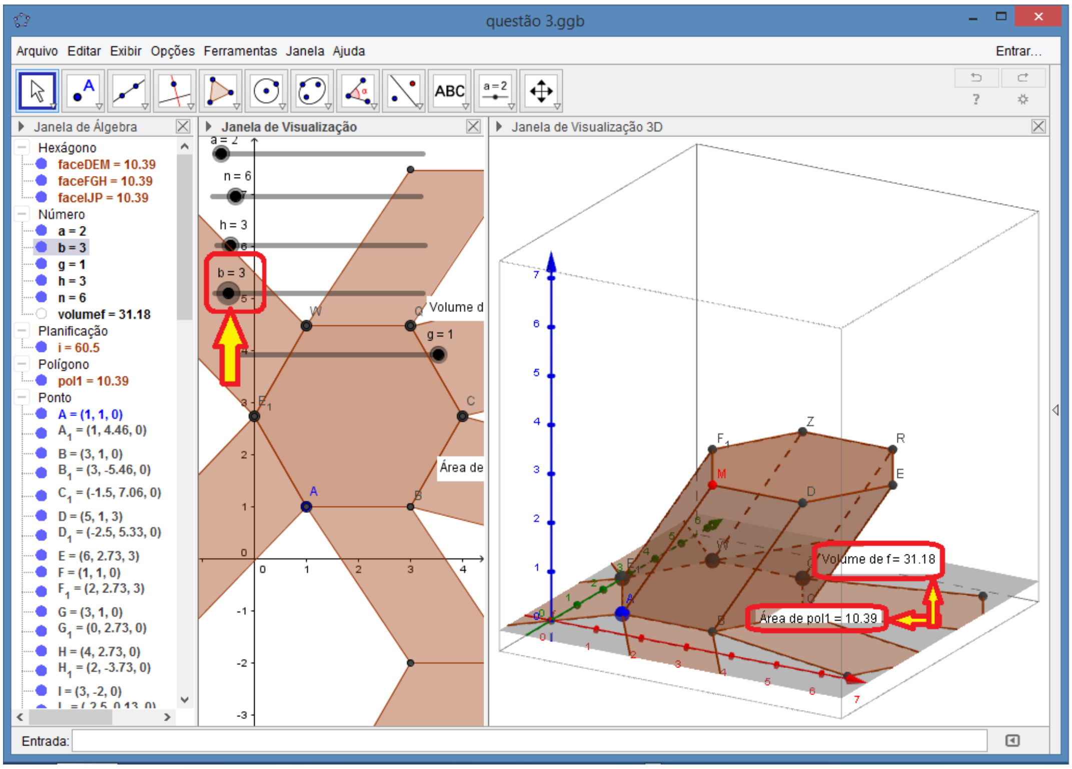
Figura 3.16: Comparação do volume e da área da base do prisma em função da altura



Fonte: Arquivo do autor

Ao variar o valor do “b”, comprovará que os prismas retos ou oblíquos, de mesma base e altura, possuem o mesmo volume. Em todas essas modificações, podem ser mostradas as alterações na planificação do prisma.

Figura 3.17: Igualdade de volume para prismas retos e oblíquos



Fonte: Arquivo do autor

Para uma perfeita visualização da planificação, clicar, com o botão direito do *mouse*, sobre a “barra deslizante g” e habilitar o “Animar”, será mostrada, na janela $3D$, a formação do sólido e posteriormente a sua planificação.

Com essa atividade e com o interesse pela informática, os educandos, incentivados pelo professor a construir outros sólidos, como a pirâmide, o cilindro e o cone, que têm as mesmas maneiras de confecções, sendo que somente o primeiro possui planificação e área lateral determinadas pelo `GeoGebra`, poderão descobrir um interesse de aprendizagem da Geometria Métrica Espacial que os auxiliarão na aprendizagem desses conceitos.

3.2.4 Quarta atividade: problema principal

A atividade apresenta como objetivo principal, trabalhar com o cálculo de área e volume de sólidos geométricos como os prismas, as pirâmides, os cilindros, os cones e as esferas. Usaremos conceitos de Geometria Plana e de dieta animal, conhecidas pelos estudantes.

(1) Objetivo: aprender sobre os sólidos geométricos, seus elementos, suas áreas e seus volumes;

(2) Justificativa: entender os sólidos geométricos, determinando o quanto de material é necessário para sua construção e qual a sua capacidade;

(3) Descrição do problema: Um pecuarista deseja confinar 400 bovinos machos, da raça nelore, pelo período de 100 dias. Sabe-se que, na dieta, serão usados 7 Kg de milho em grãos, por animal, por dia e que a densidade do milho em grão é de $1,244$ ton/m^3. Você foi contratado para indicar o formato e as dimensões que deverão ter o silo que irá armazenar esse milho. Sabe-se que há a possibilidade de construção de silos dos formatos cilíndricos, cônicos, esféricos, piramidais e prismas, com custos iguais por metro quadrado de superfície de construção. Adote a altura igual ao diâmetro da base, nos casos de cilindro e cone, e altura igual ao lado da base (quadrada), na pirâmide e no prisma.

   a) calcule o volume de milho a ser ensilado;

   b) determine as dimensões de cada sólido;

   c) construa a planificação desses cinco sólidos, adote escala $1:100$, utilize cartolina para essas planificações;

   d) com esses moldes, recorte as planificações no EVA e construa uma maquete desses sólidos;

   e) determine o quanto de material foi usado para a construção de cada sólido na situação real;

   f) dê a recomendação ideal ao pecuarista quanto ao tipo de silo que deverá ser construido;

   g) comente a viabilidade de sua indicação.

(4) Habilidades: identificar os elementos do prisma, da pirâmide, do cilindro, do cone e da esfera. Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais usuais: cubo, paralelepípedo retangular, prismas retos, pirâmide, cilindro e cone. Resolver problemas que envolvam o cálculo da área lateral ou total de figuras tridimensionais. Resolver problemas que envolvam o cálculo de volume de sólidos. (SEEMG, p. 5);

(5) Tecnologias: caderno, lápis, borracha, livro, computador (`GeoGebra`), pesquisa simples com a utilização de celular ou computador;

(6) Roteiro: será apresentado no decorrer da atividade;

(7) Avaliação: verificar, por meio de outras questões, se o estudante sabe identificar os sólidos, calcular as áreas das superfícies e seus volumes, bem como o interesse dos estudantes no desenvolvimento da atividade;

(8) Possível solução: segue o roteiro conjuntamente com a atividade.

Nunes (2010, p. 94) cita que:

> Onuchic, em 1998, elaborou algumas questões que poderão ajudar o professor a refletir sobre elas e a bem escolher os problemas com os quais irá trabalhar:
> (1) Isso é um problema? Por quê?
> (2) Que tópicos de Matemática podem ser iniciados com esse problema?
> (3) Haverá necessidade de se considerar problemas menores (secundários) associados a ele?
> (4) Para que séries acredita ser este problema adequado?
> (5) Que caminhos poderiam ser percorridos para se chegar à sua solução?
> (6) Como observar a razoabilidade das respostas obtidas?
> (7) Como professor, você teria dificuldade em trabalhar esse problema?
> (8) Que grau de dificuldade acredita que seu aluno possa ter diante desse problema?
> (9) Como relacionar o problema dado com aspectos sociais e culturais?
> (NUNES, 2010, p. 94)

Para o problema proposto, responderemos às nove perguntas de forma ordenada.

(1) Sim, em conformidade com Allevato (2005) e Onuchic (2004), uma questão será um problema se os estudantes ainda não conhecem os passos para a resolução, mas têm interesse em resolvê-lo. Como esse problema aborda conceitos que podem ser cobrados em suas profissões, eles poderão ter o interesse em resolvê-lo.

(2) Esse problema aborda a área e o volume de sólidos geométricos.

(3) Sim, apontamos dois problemas secundários.

(4) O problema é adequado para o segundo ano do Ensino Médio.

(5) Determinar o volume de milho; calcular as dimensões dos sólidos; determinar a área para construção dos sólidos; verificar o de menor consumo.

(6) Observar se os conceitos de Geometria Métrica Espacial foram aplicados de forma coerente.

(7) Não, pois é um problema sequencial e bem definido em seus objetivos.

(8) Esse problema apresenta um grau mediano de dificuldade, pois aborda conceitos de Geometria Plana e conduz para uma pesquisa de fórmulas a serem aplicadas.

(9) Utilizar os sólidos determinados para explicar a viabilidade de sua construção e conscientizar os estudantes para observarem os tipos de silos existentes.

Esta quarta atividade deve ser desenvolvida em quatro encontros, de aproximadamente noventa minutos cada, em que devem ser observados os três momentos comentados por Nunes (2010), o *antes*, o *durante* e o *depois*.

Primeiro encontro: resolvendo os itens (a) e (b).

Neste primeiro encontro aplicaremos "o *antes*": ao propor a divisão dos estudantes em grupos, de preferência com três componentes em cada; instrução do procedimento aos educandos, a atividade deverá ser executada por eles de forma autônoma, podendo consultar bibliografias impressas ou virtuais e o professor irá observar o envolvimento, sem que haja a avaliação por acerto, na execução da tarefa; distribuição do problema aos grupos, entregar uma cópia do problema a cada grupo. A partir desse instante, passaremos para o momento do *durante*: observação da postura dos estudantes; interferir somente para incentivar a conduta adequada de pesquisa no livro texto adotado pela escola ou em *sites* de busca; apontamento das resoluções, observar os caminhos abordados para a resolução do problema, esses espaços percorridos serão de extrema importância na abordagem final do educador. Para esse encontro, devem ser desenvolvidas as atividades das letras (a) e (b).

Durante esse encontro, os estudantes determinarão, no item (a), o peso em 280.000 Kg, o que equivale a $225,08m^3$ de milho, mas seguindo um conceito de reserva técnica [7] para a atividade agropecuária, os estudantes notarão a necessidade do acréscimo de 10 por cento nesse volume, para atender possíveis imprevistos, tais como: não venda aos 100 dias ou consumo maior dos animais, lembrando que esses não podem ficar sem alimentação em nenhuma etapa do confinamento. Portanto, esse volume subirá para $247,59m^3$;

$$400Kg * 100 * 7 = 280.000Kg = 280ton$$

$$280/1,244 = 225,08m^3$$

$$225,08 * 1,10 = 247,59m^3$$

No item (b), as dimensões determinadas, já com esse acréscimo, serão para o cilindro, o raio da base de $3,40m$, a altura de $6,80m$; para o cone, o raio da base de $4,91m$, a altura de $9,82m$; para o prisma, o lado da base e a altura de $6,28m$; para a pirâmide, o lado da base e a altura de $9,06m$; para a esfera, o raio de $3,90m$.

Cilindro:

$$\pi * R^2 * h = 247,59$$

$$(h = 2 * R)$$

$$\pi * R^2 * 2 * R = 247,59$$

$$2 * \pi * R^3 = 247,59$$

[7] É um incremento na quantidade de alimento para suprir algum incidente

$$R^3 = 39,41$$

$$R = 3,40m$$

$$h = 2 * 3,40 = 6,80m$$

Cone:

$$\frac{1}{3}\pi * R^2 * h = 247,59$$

$$(h = 2 * R)$$

$$\frac{1}{3}\pi * R^2 * 2 * R = 247,59$$

$$\frac{2}{3} * \pi * R^3 = 247,59$$

$$R^3 = 118,22$$

$$R = 4,91m$$

$$h = 2 * 4,91 = 9,82m$$

Prisma:

$$l^2 * h = 247,59$$

$$(h = l)$$

$$l^2 * l = 247,59$$

$$l^3 = 247,59$$

$$l = 6,28m$$

$$h = 6,28m$$

Pirâmide:

$$\frac{1}{3} * l^2 * h = 247,59$$

$$(h = l)$$

$$\frac{1}{3}l^2 * l = 247,59$$

$$\frac{1}{3} * l^3 = 247,59$$
$$l^3 = 742,77$$
$$l = 9,06m$$
$$h = 9,06m$$

Esfera:

$$\frac{4}{3}\pi * R^3 = 247,59$$
$$R^3 = 59,11$$
$$R = 3,90m$$

Esses valores seriam o correto para o problema, mas lembre-se que na Resolução de Problemas não se valoriza apenas a resposta correta e sim toda a forma de aprendizagem, logo, o professor não poderá influenciar para que todos consigam obter esses valores.

Como atividade extra, insentive-os a construir esses sólidos no `GeoGebra` e determinarem os seus volumes. Instrua-os que o *software* não calcula as áreas das superfícies redondas, para que não desaminem ao tertar esse feito.

Segundo encontro: construção dos sólidos geométricos.

Com os materiais de pesquisa que utilizaram no primeiro encontro, os estudantes irão verificar como são as planificações dos sólidos que determinaram as dimensões, os formatos, os elementos que estão faltando para suas construções, tais como; as geratrizes do cone e da pirâmide, bem como o ângulo central do setor circular gerado pela planificação do cone. Esses elementos devem ser descobertos pelos estudantes conforme a necessidade que sentirão para essa construção. Essas buscas levarão à conclusão que as planificações são possíveis para o cilindro, o cone, a pirâmide e o prisma, mas não sendo possível para a esfera, por esta não ter superfícies planificáveis.

Para a construção dos sólidos, os educandos precisarão de cartolina, EVA, tesoura, cola para EVA ou cola quente, esquadro, transferidor e régua.

Faça a atividade em sala, primeiramente, utilizando o papel ou cartolina, posteriormente, usar esses moldes para recortar o EVA na construir desses quatro sólidos.

Terceiro encontro: respondendo as letras (e), (f) e (g)

Os educandos farão os cálculos das áreas das superfícies dos sólidos, com o objetivo de verificarem a viabilidade do silo. Os cálculos apontarão que as superfícies terão áreas totais (St) de $217,90m^2$ para o cilindro, $245,11m^2$ para o cone, $236,63m^2$ para o prisma, $265,64m^2$ para a pirâmide e $191,13m^2$ para a esfera.

Cilindro:

$$St = 2 * Sb + Sl$$

$$St = 2 * \pi * R^2 + 2 * \pi * R * h$$

$$St = 2 * \pi * 3,40^2 + 2 * \pi * 3,40 * 6,80$$

$$St = 217,90m^2$$

Cone:

$$St = Sb + Sl$$

$$St = \pi * R^2 + \pi * R * g$$

$$(g^2 = R^2 + h^2) \Rightarrow (g^2 = 4,91^2 + 9,82^2) \Rightarrow (g = 10.98m)$$

$$St = \pi * 4,91^2 + \pi * 4,91 * 10,98$$

$$St = 245,11m^2$$

Prisma:

$$St = 2 * Sb + Sl$$

$$St = 2 * l^2 + 4 * l * h$$

$$St = 2 * 6,28^2 + 4 * 6,28 * 6,28$$

$$St = 236,63m^2$$

Pirâmide:

$$St = Sb + Sl$$

$$St = l^2 + 4 * \frac{l * g}{2}$$

$$(g^2 = (\frac{l}{2})^2 + h^2) \Rightarrow (g^2 = (\frac{9,06}{2})^2 + 9,06^2) \Rightarrow (g = 10.13m)$$

$$St = 9,06^2 + 2 * 9,06 * 10,13$$

$$St = 265,64m^2$$

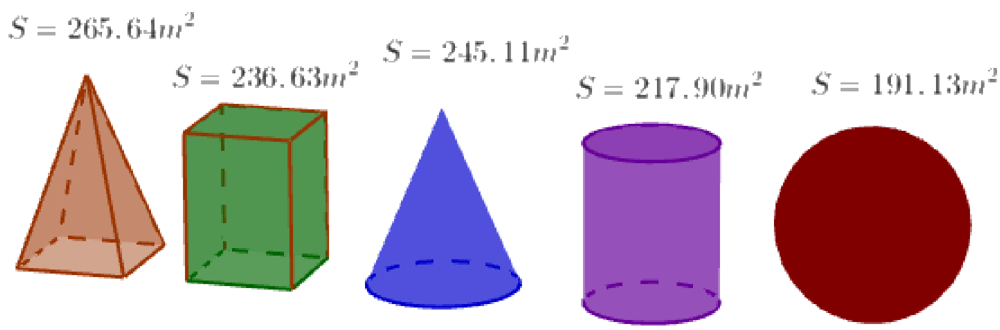
Esfera:

$$St = 4 * \pi * R^2$$

$$St = 4 * \pi * 3,90^2$$

$$St = 191,13m^2$$

Figura 3.18: Ilustação da resposta da quarta atividade



Fonte: Arquivo do autor

Quarto encontro: o momento do *depois*.

Enfim, a socialização dos resultados, os estudantes devem ser encorajados a comentarem o que determinaram, as maiores dificuldades, os melhores caminhos, as formas diferentes que utilizaram, lembrando que os acertos e os erros possuem a mesma importância, pois a atividade construiu conhecimentos com os acertos mas também com os erros. Formalizar os cálculos de áreas, planificações e volumes para concluir esta atividade e incentivá-los a pesquisar mais sobre o assunto. Propor a determinação das relações de área e volumes existentes entre os sólidos construídos (maquetes) e os de tamanho real, esta proposta trabalhará a proporcionalidade de sólidos semelhantes. Pois quando os sólidos são semelhantes, a razão entre as áreas é o quadrado da razão de semelhança e a razão entre os volumes é o cubo da razão de semelhança. Com a proposta acima, trabalhada pelo professor, o estudante sentirá a necessidade de novas pesquisas. Nunes (2010) comenta da importância que, *o depois* da atividade, exerce no processo de ensino-aprendizagem *através* da Resolução de Problemas, ao afirmar que a aprendizagem não se encerra na resolução do problema e que os estudantes devem ser instigados a buscar outras formas de resolução.

Os cálculos desta quarta atividade foram executados com o auxílio de Tecnologias, tais como, papel, lápis, calculadora, *software* `GeoGebra`.

Com essa atividade, podemos trabalhar as áreas, os volumes e as planificações dos sólidos geométricos, cilindro, cone, prisma, pirâmide e esfera, *através da* Resolução de Problemas, com uma abordagem computacional, utilizando os conceitos profissionalizantes dos estudantes do curso técnico em Agropecuária e, com algumas adequações, vários cursos profissionalizantes, bem como estudantes do Ensino Médio em geral. Uma atividade, quando planejada *através da* Resolução de Problemas, pode despertar o interesse dos estudantes para a aprendizagem Matemática de maneira ampla e irrestrita, o educando visualiza aplicações para os conceitos que estão sendo envolvidos nos problemas. Brasil *apud* Allevato (2005, p. 22) afirma que "(...) para a história das ciências, notamos que o problema antecede invariavelmente as descobertas, é o provocador dos estudos e o orientador das construções teóricas."

4 Considerações finais

A Matemática, por ser ampla e com muitas regras, possui um alto grau de dificuldade de aprendizagem e é responsável por grande parte das retenções escolares no Brasil e no mundo, em todos os níveis de ensino. Para mudar essa realidade, no Brasil, os PCNs da Matemática apontam para uma utilização da Resolução de Problemas como ponto de partida e destacam a importância da História da Matemática e das Tecnologias como caminhos para o processo de aprendizagem da Matemática (BRASIL, 1998).

O ensino-aprendizagem da Matemática deve ser variado, citamos várias tendências de Educação Matemática, usá-las, de formas associadas, juntamente com a Matemática Pura, que, em alguns casos, será indispensável, fará a tarefa do docente menos árdua e mais prazerosa. As aulas criativas, com objetivos bem definidos, as maneiras diversificadas de ensino, poderão elevar a aprendizagem dos estudantes e, com isso, gerar um maior respeito dos mesmos para com o professor, ao invés do medo das matérias, em especial a Matemática.

A Resolução de Problemas pode ajudar os estudantes a se interessarem mais pela Matemática, pois aprenderão conceitos novos, já sabendo, pelo menos, uma utilização no seu cotidiano. Mas as tendências de ensino da Matemática não conseguem fazer com que todos os estudantes aprendam, sabemos que nenhuma forma de ensinar garante o aprendizado de todos.

Este trabalho propôs uma atividade que associa duas tendências de ensino-aprendizagem, assim, acreditamos que, de forma bem explorada por professores do Ensino Médio, facilitará o seu trabalho. Pois, as Tecnologias que os estudantes usam, no seu cotidiano, aliadas à Resolução de Problemas, poderão despertar o seu desejo de aprender. O trabalho do professor é uma antítese, mistura o ardor de ensinar ao prazer da aprendizagem.

As tendências usadas nesta dissertação, quando trabalhadas em conjunto, se entrelaçam de tal forma que há dificuldade de verificar qual está sendo utilizada em cada instante, a Resolução de Problemas parte de conceitos pré-adquiridos para o ensino de novos e as Tecnologias auxiliam esta construção em todos os instantes. A junção das mesmas gera uma forma diferenciada de trabalhar a Matemática, transformando-as em uma metodologia única e eficaz de ensino.

A criatividade do professor, na condução de suas aulas, com a utilização de metodologias diversas de ensino-aprendizagem, pode resultar em aulas mais envolventes, com estudantes mais reflexivos e críticos para a construção do conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. *Associando o computador à resolução de problemas fechados:* análise de uma experiência, instituto de geociências e ciências exatas, Rio Claro, 2005.

ARAÚJO, J. L.; PINTO, M. M. F.; LUZ, C. R. da; RIBEIRO, A. R. *Efemeridades dos cenários para investigação em um episódio de sala de aula de Matemática com tecnologias.* Zetetiké, Campinas, v. 16 n. 29, jan/jun. 2008, p. $7-40$.

ARAÚJO, P. B. *Situações de aprendizagem: a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o GeoGebra.* São Paulo, 2010

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática - Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores.** In: XXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 1999, Santos. Biomatemática IX. Campinas: IMECC, 1999. v. 9. p. 9-22.

BORBA, M. C. Informática trará mudanças na educação brasileira? Zetetiké, Campinas, v. 4, n. 6, jul/dez. 1996, p. $123-134$.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais* - Matemática: terceiro e quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998, 148p.

COSTA, F. J. M. da. *Etnomatemática:* metodologia, ferramenta ou, simplesmente, etnorrevolução? Zetetiké, Campinas, v. 22, n. 42, jul/dez. 2014, p. $181-196$.

DAMACENO, D. S. *A Resolução de Problemas e os aspectos significativos da sua prática nas aulas de Matemática*, VI EPCT, Campo Mourão, 2011.

DAVID, M. M. M. S. *As possibilidades de inovação no ensino-aprendizagem da Matemática elementar.* Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v. 1, n. 1, jan./fev. 1995, p.56 – 66.

FIORENTINI, D. e MIORIM, M. A. *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.* Publicado no Boletim SBEM-SP, Ano 4, n. 7, 1996, p. 1 – 4.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. de. *Tendência em Educação Matemática:* Disciplina na modalidade à distância. 2ª edição - Palhoça: UnisulVirtual, 2005, 87 p.

FREDERICO, F. T.; GIANOTO, D. E. P. *Ensino de ciências e Matemática:* utilização da informática e formação de professores. Zetetiké, Campinas, v. 22, n. 42, jul/dez. 2014, p. 63 – 88.

GOMES, T. de A.; RODRIGUES, C. K. *A Evolução das Tendências da Educação Matemática e o Enfoque da História da Matemática no Ensino.* Revista de Educação, Ciências e Matemática v.4 n.3, set/dez. 2014, p. 57-67.

MENDES, I. A. *Matemática em sala de aula:* tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do tempo, 2006, 120 p.

MIGUEL, A. As potencialidade pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, jul./dez. 1997

MISKULIN, R. G. S. *Reflexões sobre as tendências atuais da Educação Matemática e da informática, cempem.* unicamp, tese de doutorado. 1999, 32 p.

MISKULIN, R. G. S. *Identificação e análise das dimensões que permeiam a tilização das tecnologias da informação e comunicação nas aulas de Matemática no contexto da formação de professores.* Bolema, Rio Claro, v. 19, n. 26, 2006, p. 103 – 123.

MURARI, C. *Experienciando materiais manipulativos para o ensino a aprendizagem de Matemática.* Bolema, Rio Claro, v. 25, n. 41, dez. 2011, p. 187 – 211.

NUNES, C.B. *O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas*: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de Matemática. Rio Claro, 2010. 337 p.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. *Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.* In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). *Educação Matemática:* pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213 – 231.

ONUCHIC, L. de la R. *A resolução de problemas na Educação Matemática*: onde estamos? E para onde iremos? Espaço pedagógico, Passo Fundo, v. 20, n. 1, Jan/jun 2013, p.88 – 104.

PENTEADO, M. G. *Redes de Trabalhos:* Expansão das Possibilidades da Informática na Educação Matemática da Escola Básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 283 – 295.

PEREIRA, G. H. A. *A Etnomatemática como valorização dos conhecimentos discentes:* contexto e significação na Educação Matemática. 2008. 60 f. Monografia (Licenciatura em Matemática)- Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Alto São Francisco, Luz, 2008.

PINTO, N. B. *Marcas históricas da Matemática moderna no Brasil.* Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v.5, n.16, 2005.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspécto do método matemático.* Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: interciência, 1995, 196 p.

SEEMG, Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais ? Subsecretaria de Desenvolvimento da Educação Básica. *Conteúdo Básico Comum (CBC) de Matemática do Ensino Médio ? Exames Supletivos* 2013

SKOSVMOSE, Ole. *Educação Matemática Crítica:* A questão da democracia, Campinas, Papirus 2001, 160 p.

SILVA, E. L. da; MENEZES, E. M. *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.* 3. ed. rev. atual. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001, 121 p.

SIQUEIRA. R. A. N. de. *Tendências da Educação Matemática na Formação de Professores.* Ponta Grossa, 2007, 50 p.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica:* A questão da democracia. Campinas, SP. Papirus, 2001. 148 p.

SOARES. D. A. *Educação Matemática Crítica:* Contribuições para o Debate Teórico e seus Reflexos nos Trabalhos Acadêmicos. São Paulo: PUC 2008, 157 p.

VALENTE, J. A. *Diferentes usos do computador na educação.* Campinas, SP. Gráfica Central da UNICAMP, 1993 p. $1-23$.

ZORZAN, A. S. L. *Ensino-aprendizagem:* algumas tendências na Educação Matemática. R. Ciências Humanas, Frederico Westphalen, v. 8, n. 10, Jun 2007, p. $77-93$.