UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

GABRIEL FARIA VIEIRA

UM ESTUDO HISTÓRICO-MATEMÁTICO SOBRE A OBRA *MÉLANGES DE CALCUL INTEGRAL* DE JOAQUIM GOMES DE SOUZA (1829-1864)

UBERABA – MINAS GERAIS
2024

GABRIEL FARIA VIEIRA

UM ESTUDO HISTÓRICO-MATEMÁTICO SOBRE A OBRA *MÉLANGES DE CALCUL INTEGRAL* DE JOAQUIM GOMES DE SOUZA (1829-1864)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática, área de concentração “Cultura, construção do Conhecimento e suas interfaces com a Educação em Ciências e Matemática”, da Universidade Federal do Triângulo Mineiro como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Mônica de Cássia Siqueira

UBERABA – MINAS GERAIS

2024

Catalogação na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do Triângulo Mineiro

	Vieira, Gabriel Faria
V715e	Um estudo histórico-matemático sobre a obra *Mélanges de Calcul Integral* de Joaquim Gomes de Souza / Gabriel Faria Vieira. -- 2024.
	110 p. : il., tab.
	Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) -- Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2024
	Orientadora: Profa. Dra. Mônica de Cássia Siqueira
	1. Matemática - História. 2. Matemáticos. 3. Souza, Joaquim Gomes de, 1829-1864. I. Siqueira, Mônica de Cássia. II. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. III. Título.
	CDU 51(09)

Eduardo Caetano Leal – CRB-6/2200

Dedico este trabalho à minha família

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família pelo apoio dado durante toda minha vida, e em especial durante a trilha do mestrado. Aos meus pais, Neire e Rubens, e à minha irmã, Gabriela, por todo o carinho, amor, apoio e incentivo. Esse suporte foi de vital importância para que eu pudesse trilhar mais um pedaço do caminho acadêmico.

À minha avó, Adail (in memoriam), pelo carinho e pelo exemplo ao decidir, mesmo viúva e com nove filhos, não desistir dos estudos.

Agradeço à minha namorada, Yasmin, pelo amor e carinho, e, principalmente, pela compreensão sobre meus diversos períodos de indisponibilidade.

Agradeço à minha orientadora, Mônica, pelo tempo dispendido e pela paciência nas orientações, tanto dessa dissertação quando de trabalhos anteriores. Sem seu auxílio essa dissertação jamais teria tomado forma. Fico agradecido por ter, em sua figura, não somente uma orientadora, mas uma amiga.

Aos meus amigos, especialmente Victor e Léo, também pela paciência com minhas indisponibilidades, e pelo incentivo.

Ao Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática, pela oportunidade e pelo apoio prestado durante a pós graduação.

À CAPES, pela bolsa concedida.

“Se consegui enxergar mais longe, foi porque me apoiei nos ombros de gigantes.”

Isaac Newton

RESUMO

O objetivo desta dissertação é apresentar uma análise histórico-matemática do livro *Mélanges de Calcul Integral*, de autoria de Joaquim Gomes de Souza (1829-1864), baseada no contexto sociocultural e científico em que este foi publicado. Para tanto, foi necessário efetuar uma tradução, para a língua portuguesa, de partes da obra que desejamos analisar, uma vez que o original está escrito em francês. De modo a cumprir nossos objetivos, pesquisamos sobre a biografia de Joaquim Gomes de Souza, bem como o período em que este viveu. Tomamos como metodologias a análise documental e a pesquisa histórica, além de investigarmos métodos de tradução. O livro *Mélanges de Calcul Integral* encontra-se dividido em 10 capítulos, e o primeiro capítulo encontra-se dividido em 56 seções; destas, analisamos e traduzimos quatro, além do prefácio. Apresentamos, sempre que possível, o contexto científico em que os teoremas utilizados foram desenvolvidos e uma versão destes utilizando noções modernas de matemática. Deste modo, esperamos haver demonstrado que Gomes de Souza estava a par da ciência corrente em sua era, e foi sob essa influência que escreveu sua obra.
Palavras chave: História da Matemática. História da Matemática no Brasil. Tradução na História da Matemática.

ABSTRACT

The aim of this dissertation is to present a mathematical-historical analysis of the book *Mélanges de Calcul Integral*, authored by Joaquim Gomes de Souza (1829-1864), based on the sociocultural and scientific context in which it was published. In order to do it, it was necessary to translate, to Portuguese language, the parts of the book we wish to analyze, since the original is written in French. In order to achieve our goals, we researched Joaquim Gomes de Souza's biography, along with the time period in which he lived. We took as methodologies documental analysis and historical research, besides investigating translation methods. The book *Mélanges de Calcul Integral* is divided in ten chapters, and the first chapter is divided in fifty-six sections; of those, we analyzed and translated four, along with the preface. We presented, whenever possible, the scientifical context in which the used theorems were developed, along with a version using modern mathematics notions. This way, we hope to have demonstrated that Gomes de Souza was aware of the current science of his time, and it was under such influence that he wrote his book.

Key words: Math's History. Math's History in Brazil. Translation in Math's History.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1. Introdução

A História da Matemática no Brasil é um campo que vem se expandindo nos últimos anos. Trabalhos, como os de Araujo (2012), Rocha (2013), Siqueira (2014) e Mariotto (2019b), corroboram esse fato. Alguns desses trabalhos versam sobre matemáticos brasileiros, ou mais especificamente, sobre obras produzidas por estes. Assim como estes, desejamos apresentar nossa compreensão, ao menos parcial, sobre uma obra produzida por um matemático brasileiro, e esperamos assim contribuir para o campo da História da Matemática no Brasil.

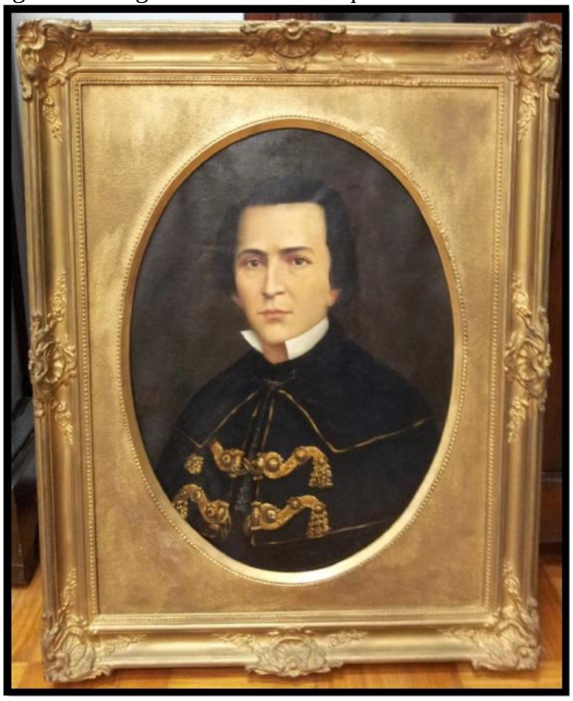
Nesta dissertação, traçamos como objetivo a compreensão e análise da Matemática contida no livro *Mélanges de Calcul Integral*, cujo autor é Joaquim Gomes de Souza (1829-1864). Entretanto, para entender uma obra, é necessário elucidar seu autor. Por sua vez, para elucidar seu autor, é necessária compreensão sobre o contexto em que este viveu, tanto no âmbito sociocultural quanto científico. Como a obra foi redigida em francês, também é necessária sua tradução, de modo a esclarecer os trechos analisados para aqueles que não dominam tal idioma.

Percebendo todas essas necessidades para esse estudo, partimos para sua elaboração. Efetuamos uma revisão de literatura sobre o autor e a obra, buscamos metodologias para que pudéssemos efetuar uma análise do livro, encontramos métodos de tradução para vertê-la do francês para o português e, por fim, redigimos nossa análise sobre as partes que pudemos lançar nosso olhar. Trazemos, aqui na introdução, uma breve contextualização sobre Gomes de Souza e a obra *Mélanges de Calcul Integral*.

Segundo Rocha (2013), Joaquim Gomes de Souza, também conhecido como Souzinha, nasceu na cidade de Itapecuru-Mirim, no interior do Maranhão. Filho de Inácio José Gomes de Souza e Antonia Carneiro de Brito Sousa, possuía origem portuguesa, sendo sua família composta por latifundiários. De família abastada, Joaquim formou-se no Brasil, algo incomum para a época, pois as famílias mais ricas buscavam formar seus filhos na Europa.

Isso foi possível, segundo Schwarcz e Starling (2020), pois no ano de 1808 a família real portuguesa instalou-se no Brasil. Sua vinda, em conjunto com parte da aristocracia de Portugal, ocasionou diversas transformações no Brasil colonial, como, por exemplo, a criação da Imprensa Régia e o Museu Real. Em 1811, foi criada a Academia Real Militar. Rocha (2013) afirma que, inicialmente, Gomes de Souza frequentou essa academia com o intuito de tornar-se militar, porém acabou desistindo e ingressando na faculdade de Medicina, frequentando-a por três anos.

Figura 1: Imagem atribuída a Joaquim Gomes de Souza



Fonte: Rocha, 2013

Leal (1874) nos diz que Gomes de Souza instrui-se sozinho com as obras utilizadas na Escola Militar, tendo proposto prestar apenas os exames finais para obter o grau de bacharel. Segundo Mariotto (2019b), os lentes da Escola Militar discutiram se deveriam aceitar tal proposta, tendo decidido por sua aceitação. Gomes de Souza obteve então o grau de bacharel em Matemáticas e, pouco depois, de doutor em Ciências Matemáticas.

Segundo D'Ambrosio (2004), no ano de 1849 tornou-se professor da Escola Militar da Corte. Apresentou trabalhos tanto na *Royal Society* quanto na *Académie des Sciences*, e recebeu o grau de doutor em medicina no ano de 1856, em Paris. Em 1859, teve uma obra publicada, na qual traduziu poesias para diversos idiomas. Foi eleito deputado pelo Maranhão no ano de 1857, casando-se no mesmo ano. Faleceu em 1864, aos trinta e cinco anos. Após sua morte foi publicado o livro póstumo *Mélanges de Calcul Integral*, pela tipografia Brockhaus, tendo a publicação sido paga pelo Congresso Imperial do Brasil. Atualmente, o livro se encontra disponível em, pelo menos, 26 bibliotecas[1] ao redor do mundo[2].

Alguns autores, como Mariotto (2019b) e Nascimento (2008), já trabalharam com obras de Gomes de Souza, em dissertações, teses, artigos, dentre outros. Embora algumas de suas obras já tenham sido analisadas (tese de doutorado, memórias apresentadas à *Academie des*

[1] Pesquisa feita por meio do site WorldCat em 10/12/2023.
[2] A versão que utilizamos trata-se de uma digitalização, disponível na biblioteca do Google por meio do link <https://books.google.com.br/books/about/M%C3%A9langes_de_calcul_int%C3%A9gral.html?id=rOQKAAAAYAAJ&redir_esc=y>.

Sciences, etc.), não encontramos nenhum estudo histórico matemático detalhado do livro *Mélanges de Calcul Integral*, obra póstuma que consiste em um compilado de suas publicações, originalmente em francês. Com o intuito de verificarmos se tal estudo já se encontrava efetuado, utilizamos como ferramentas de busca as seguintes plataformas: Google, Google Acadêmico, Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e o Centro Brasileiro de Referência em Pesquisa sobre História da Matemática (CREPHIMat). Não encontramos resultado positivo em nenhuma destas. Ressaltamos que, embora uma das memórias apresentadas a *Académie des Sciences*, referente ao primeiro capítulo do livro, se encontre analisada no trabalho de Nascimento (2008), essa possui algumas diferenças em relação àquela publicada na obra póstuma.

Dada a importância de Gomes de Souza para a Matemática brasileira, cremos que seria interessante analisar a obra, especialmente porque existe a possibilidade de efetuar essa análise diretamente de uma fonte primária; entretanto, trata-se de uma publicação extensa, não sendo possível examiná-la integralmente dentro do nosso cronograma. Por isso, optamos por efetuar nosso estudo sobre algumas seções do livro. Além disso, há perguntas interessantes que podem ser feitas sobre a obra em questão, e que buscamos responder no decorrer da pesquisa.

Podemos então afirmar que nossa pergunta diretriz é: qual a importância da obra *Mélanges de Calcul Integral* para a biografia de Joaquim Gomes de Souza? Para que essa pergunta pudesse ser respondida, estabelecemos alguns objetivos como guias para nossa pesquisa. Como objetivo geral, pretendemos efetuar uma análise histórica da matemática desenvolvida por Gomes de Souza em alguns segmentos do referido livro. Já como objetivos específicos, desejamos

- Esclarecer quais os problemas tratados nas seções examinadas;
- Compreender que tipo de Matemática estava sendo desenvolvida por Gomes de Souza;
- Apontar possíveis (des)semelhanças entre a Matemática desenvolvida no século XIX e a atual, evitando anacronismos.

A dissertação está dividida em cinco capítulos, com as referências ao final. O primeiro capítulo corresponde à introdução, onde discorremos brevemente sobre a vida de Joaquim Gomes de Souza, e buscamos justificar a importância desse trabalho para a biografia deste. Em seguida, no capítulo intitulado “Caminhos Percorridos”, trazemos a revisão de literatura levantada e discutimos as metodologias de pesquisa, análise das fontes e tradução que serão utilizadas para compor a dissertação.

O capítulo três, intitulado “Situando o contexto histórico”, se apoia em algumas fontes para descrever o cenário cultural e científico em que o livro, ou pelo menos algumas das memórias, foram desenvolvidas. Discursamos sobre a História do Brasil e, brevemente, sobre a instituição do grau de doutor em Ciências Matemáticas no Brasil. No capítulo quatro apresentamos uma tradução de partes da obra e, no mesmo capítulo, uma análise histórico matemática das partes traduzidas. Por fim, temos um capítulo de conclusão, onde buscamos elucidar alguns dos pontos chaves da pesquisa, seguido pelas referências.

2. Caminhos Percorridos

A fim de realizar esta dissertação, nos deparamos com diversos tópicos a serem discutidos antes que pudéssemos, de fato, prosseguir, ao objeto de estudo. Esses tópicos serão abordados neste capítulo. Primeiramente, julgamos importante situar nossa pesquisa dentro de certas linhas de pesquisa, em especial aquelas pertencentes à História da Matemática. Em seguida, buscamos localizarmo-nos sobre o período histórico e social em que o livro foi redigido. Buscamos também conhecer um pouco sobre a vida do autor do livro, Joaquim Gomes de Souza, já retratada em diversos textos, sobre os quais nós nos apoiamos.

2.1 Revisão de literatura

Para compor esse trabalho, procuramos em quatro plataformas (Google, Google Acadêmico, Banco de Teses e Dissertações da Capes e Centro Brasileiro de referência em Pesquisa sobre História da Matemática (CREPHIMat)) textos que dissertam sobre Joaquim Gomes de Souza. Nesse processo, nos deparamos com diversas obras, das quais buscamos utilizar como referencial teórico o máximo possível; dado o grande volume, selecionamos aqueles que discursavam sobre a biografia de Gomes de Souza ou sobre suas obras, por melhor corresponderem a nossos objetivos.

Como pontuado anteriormente, na História da Matemática no Brasil há diversas monografias, dissertações, teses e artigos que versam sobre Joaquim Gomes de Souza. Algumas obras também o citam ao versar sobre o doutorado em Matemática no Brasil, ou sobre a história da Academia Real Militar. Efetuamos a leitura das obras a seguir para que pudessem nos guiar na reconstrução histórica do cenário oitocentista, do qual data a publicação do *Melanges*.

Quadro 1: revisão de literatura

Título	Tipo	Autor	Ano de Publicação
A história da publicação do “Mélanges de Calcul Integral” de Joaquim Gomes de Souza	Publicação em anais de evento	Cícero Monteiro de Souza	1995
Alguns aspectos da obra matemática de Joaquim Gomes de Souza	Dissertação	Carlos Ociran Silva Nascimento	2008

A respeito dos requerimentos de Joaquim Gomes de Souza para a realização dos exames de generalidades na escola militar	Publicação em anais de evento	Rachel Mariotto	2019
Joaquim Gomes de Souza: a construção de uma identidade nacional através do panorama da cultura científica	Dissertação	Erica Colares Rocha	2013
Joaquim Gomes de Souza (1829-1864): a construção de uma imagem de Souzinha	Tese	Irene Coelho de Araújo	2012
Joaquim Gomes de Souza e as controvérsias sobre o uso das séries divergentes no século XIX	Artigo	Carlos Sanchez Fernandez e Cícero Monteiro de Souza	1999
Joaquim Gomes de Souza, o Souzinha	Publicação em anais de evento	Ubiratan D'Ambrosio	2004
O famoso Dr. Souzinha	Artigo	José Teixeira de Oliveira	1948
Primeiras observações sobre uma proposta de estudo a respeito da Matemática apresentada na tese de doutorado de Joaquim Gomes de Souza	Publicação em anais de evento	Rachel Mariotto	2015
Um estudo sobre o processo que desencadeou o doutoramento de Joaquim Gomes de Souza (1829 – 1864) e alguns apontamentos sobre sua tese	Tese	Rachel Mariotto	2019

Fonte: Elaborada pelos autores

2.2 Metodologia

Esse capítulo será dedicado a descrição das metodologias por nós utilizadas. Utilizamos metodologias no plural, pois consideramos assim diversos aspectos da pesquisa sobre os quais julgamos necessários nos debruçarmos primeiro, para que só então pudéssemos nos dedicar efetivamente ao propósito desta dissertação, isto é, à análise de partes do livro de Gomes de Souza. A primeira parte será dedicada à metodologia de pesquisa empregada, constituída por uma metodologia qualitativa. A segunda parte será dedicada a metodologia de pesquisa em História, já que a pesquisa em História da Matemática é, em seu âmago, uma pesquisa histórica. Por fim, discutiremos métodos de tradução, imprescindíveis para qualquer trabalho que adentre nesse terreno.

2.2.1 Metodologia Qualitativa

De acordo com Fonseca apud Gerhardt e Silveira (2009), a metodologia consiste na análise e interpretação das abordagens utilizadas ao se fazer uma pesquisa. Um cuidado a ser observado ao tratar da metodologia de um estudo é não a confundir com métodos. Isso porque "a metodologia vai além da descrição dos procedimentos (métodos e técnicas a serem utilizados na pesquisa), indicando a escolha teórica realizada pelo pesquisador para abordar o objeto de estudo" (GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p. 13).

Gerhardt e Silveira (2009) apontam que uma pesquisa pode ser abordada de diversas maneiras diferentes. Por exemplo, podem ser tomadas as abordagens qualitativa ou quantitativa. Segundo Goldenberg apud Gerhardt e Silveira (2009), na abordagem qualitativa o pesquisador não demonstra interesse nos números, mas sim na compreensão que pode ser adquirida por determinado tema, negando assim a possibilidade de um método de pesquisa unificado.

Ainda de acordo com Gerhardt e Silveira:

> As características da pesquisa qualitativa são: objetivação do fenômeno; hierarquização das ações de descrever, compreender, explicar, precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno; observância das diferenças entre o mundo social e o mundo natural; respeito ao caráter interativo entre os objetivos buscados pelos investigadores, suas orientações teóricas e seus dados empíricos; busca de resultados os mais fidedignos possíveis; oposição ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências. (GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p. 32)

De acordo com Lüdke e André (1986), a análise documental consiste num método de analisar dados qualitativos, feita por meio de documentos, podendo ser utilizada também em conjunto com outras metodologias, visto que documentos podem ser eficientes para se responder questões. Já Guba e Lincoln apud Lüdke e André (2009) expõe as vantagens de se utilizar essa metodologia:

> Em primeiro lugar destacam o fato de que os documentos constituem uma fonte estável e rica. Persistindo ao longo do tempo, os documentos podem ser consultados várias vezes e inclusive servir de base a diferentes estudos, o que dá mais estabilidade aos resultados obtidos (GUBA e LINCOLN apud LÜDKE E ANDRÉ, 2009, p. 39).

Ainda de acordo com Lüdke e André (2009), temos outras vantagens ao utilizar esse tipo de metodologia. Os documentos podem dar suporte a opinião do pesquisador, além de permitir obter informações sobre a época em que foi escrito. Geralmente, também apresentam baixo custo e possibilitam obter informações sobre o sujeito de pesquisa sem contatá-lo diretamente.

O documento pode ser visto como uma fonte histórica, que é um conceito importante na área de História da Matemática. Uma definição amplamente aceita é:

> Fonte histórica, documento, registro, vestígio são todos termos correlatos para definir tudo aquilo produzido pela humanidade no tempo e no espaço; a herança material e imaterial deixada pelos antepassados que serve de base para a construção do conhecimento histórico. O termo mais clássico para conceituar a fonte histórica é documento. (SILVA e SILVA, 2009, p. 158)

Ainda segundo Silva e Silva (2009), embora documentos escritos já tenham sido considerados as únicas fontes históricas, visão difundida pela corrente positivista, esse ponto de vista foi abandonado. Quando dessa visão positivista, também era incomum a análise crítica de documentos por parte do pesquisador, já que estes eram julgados verdades absolutas deixadas por sujeitos históricos. Esse ponto de vista começou a ser reformulado por pesquisadores influenciados pelo marxismo, os quais julgaram que não seria possível construir uma história neutra já que os autores pertenceriam a determinada classe social.

Com isso, passamos ao construtivismo dos fatos históricos, isto é, estes são constituídos não só pelo que é relatado nos documentos, mas também pelo ambiente sociocultural em que o autor se encontrava inserido. Os autores ressaltam que, mesmo que o termo fonte histórica seja, atualmente, abrangente, o documento escrito continua tendo sua importância como registro histórico. Cabe ao pesquisador decidir qual tipo de fonte melhor se aplica em sua pesquisa (SILVA e SILVA, 2009).

Em nossa pesquisa, optamos por utilizar a pesquisa qualitativa, já que a quantitativa não se adequaria à nossa proposta. Optamos também por utilizar como metodologia a análise documental, justamente pelas vantagens apresentadas. O livro o qual nos propusemos a efetuar a tradução encontra-se disponível gratuitamente na biblioteca da Google, podendo ser acessado por meio de seu site books.google.com; e como está disponível para download, podemos (re)visitá-lo quantas vezes forem necessárias. O livro também pode nos dar indicações sobre o contexto científico do século XIX, já que não é possível contatar Gomes de Souza.

2.2.2 Metodologia de Pesquisa em História da Matemática

Quanto à pesquisa em História da Matemática, essa assemelha-se a pesquisa em História, e por esse motivo suas metodologias de pesquisa são similares. Nesse sentido, teremos como principal suporte metodológico o método de construção de pesquisas históricas proposto por Marc Bloch (1886-1944). Primeiramente, Le Goff apud Bloch (2001) sustenta que, embora a História tangencie as demais áreas, por si só constitui uma ampla área de estudo, não necessitando estar atrelada a outras. Em seguida, aponta que mesmo a ciência histórica constitui um produto histórico, o que por sua vez nos leva a concluir a impossibilidade da neutralidade desse campo.

De fato, Le Goff apud Bloch (2001) nos diz que o estudo desse campo não se reduz simplesmente à coleta de fatos, mas a sua análise por parte do historiador, indicando, portanto, pelo menos duas interferências que desfazem uma suposta neutralidade - a escrita do documento por parte de um autor inserido em determinado contexto e sua análise por parte do historiador, que pode se dar em um contexto completamente diferente. Recusa também uma visão utilitarista da História, além de criticar o que Bloch determina como uma "mutilação" histórica, isto é, o recorte do contexto do objeto de pesquisa em questão, o que pode levar a alterações nos resultados da investigação.

Ainda segundo Le Goff apud Bloch (2001), devemos nos atentar ao fato que a História não é uma disciplina que estuda o "passado", mas a cultura humana em determinado período temporal. Ademais, esse estudo é uma via de mão dupla, com a compreensão do passado ancorada ao presente e vice-versa, mas lembrando-se sempre de evitar imprecisões como, por exemplo, anacronismos, que constituem uma visão sobre o passado com o olhar atual. Sobre a constituição da pesquisa histórica, define-a como um juntar de fragmentos que almeja alguma continuidade, seja pelas próprias pistas ou, às vezes, por inferências. É válido relembrar que essa reconstituição de fragmentos não se apresenta de pronto ao pesquisador, mas deve ser por ele investigada.

Na introdução do livro Bloch (2001) coloca como problema a legitimidade da História, que seria de interesse do mundo ocidental. Aponta também para a importância da História bem escrita, já que seu oposto pode trazer descrédito a área. Como resposta a legitimidade, diz que:

> A história terá portanto o direito de reivindicar seu lugar entre os conhecimentos verdadeiramente dignos de esforço apenas na medida em que, em lugar de uma simples enumeração, sem vínculos e quase sem limites, nos permitir uma classificação racional e uma progressiva inteligibilidade. (BLOCH, 2001, p. 45)

Bloch (2001) preocupa-se também em afirmar que a História, de modo algum, produz verdades absolutas, por estar subordinada ao olhar do historiador e as suas escolhas de pesquisa. No entanto, isso não significa que deva ser nulificada como ciência capaz de produzir conhecimentos, até porque disso constituiria uma visão positivista de ciência; significa que seus resultados são produzidos dentro de determinado contexto e, em outros contextos, o resultado poderia ter sido diferente. Isso ocorre por diversos fatores como, por exemplo, o recorte histórico que se pretende analisar. É claro que todos estes recortes tem uma condição em comum: a História trata das produções humanas.

Nesse sentido, por tratarmos da História da Matemática nesta dissertação, consideramos importante trazer uma colocação. Embora haja uma discussão sobre a Matemática ter sido inventada ou descoberta, como pode-se verificar em Merli (2021), nesta dissertação tomaremos a Matemática como invenção humana. Optamos por essa escolha já que tratamos da Matemática europeia, ensinada no Brasil através de livros estrangeiros traduzidos e diferente, por exemplo, daquela produzida pelos povos originários da América. Não nos aprofundaremos na discussão sobre a diferenciação entre diferentes tipos dessa ciência, por não ser este nosso objetivo. Basta apenas relatar que, tomando-a como produto humano, sua história reporta-se àquela tratada por Bloch (2001).

Além disso, Bloch (2001) também alerta para uma prática nociva à pesquisa histórica, que ele denomina de “obsessão das origens”. Por vezes, busca-se com veemência a origem de um fato, de modo a glorificar “heróis” ou “gênios”. Entretanto, essa noção é equivocada, pois desconsidera todas as etapas que ocorreram anteriormente e culminaram naquele fato, apagando da História contribuições de vários personagens. Ademais, recrimina o julgamento de certos atos e pessoas. Como pontuado anteriormente, não existe uma História neutra; assim, o que Bloch (2001) repreende é julgar deliberadamente fatos passados pelos padrões de ética atuais.

De fato, Bloch (2001) afirma que “[...] nunca se explica plenamente um fenômeno histórico fora do estudo de seu momento”. Essa afirmação vem para reforçar a importância de não cometermos anacronismos; além disso, demonstra a importância de se conhecer o contexto para que se possa compreender o recorte. A pesquisa em História não se faz de modo isolado. Embora seja necessário impor um recorte, de modo a não se atrapalhar com a quantidade de dados, o contexto histórico desse recorte deve ser dado, pois, caso contrário, a compreensão do objeto de estudo será afetada. É nesse sentido que a continuidade do tempo nos auxilia, permitindo uma reconstrução, ao menos por meio das fontes, do contexto sociocultural em que nosso recorte se encontra.

Mas, de acordo com Bloch (2001), o conhecimento do presente também é necessário ao se debruçar sobre a História. Agora, quanto à definição de presente, esta é demasiadamente relativa. A tomaremos como acontecimentos mais ou menos próximos a época que estamos vivenciando. Desse modo, podemos utilizar o presente como métrica para compreender o passado, embora pareça que o inverso é que deveria ser feito. Porém, como Bloch explica, as consequências do passado no presente podem ser utilizadas para fazer um movimento retroativo; e posteriormente, os feitos do passado explicam as consequências do presente, caracterizando assim uma via de mão dupla.

Sobre a observação histórica, Bloch (2001) pontua sobre como esta diferencia-se, por exemplo, da observação nas demais ciências humanas. Isso ocorre pois o historiador, geralmente, nunca está em contato direto com aquilo que é estudado, e, assim, é incapaz de observação direta. Portanto, para compreender seu objeto de estudo, reporta-se às fontes, que podem tanto ser compostas por documentos escritos, voluntariamente produzidos para posteridade, ou a objetos. Mas seriam tais fontes confiáveis? Cabe ao pesquisador julgar tal fato, levantando argumentos que possam sustentá-lo. Os vestígios tornam-se importantes nesse caso, pois sua análise pode confirmar, ou não, a veracidade de uma fonte. É nesse sentido que Bloch (2001, p. 75) alerta que “o passado é, por definição, um dado que nada mais modificará. Mas o conhecimento do passado é uma coisa em progresso, que incessantemente se transforma e aperfeiçoa.”

Outro importante ponto levantado por Bloch (2001) é saber como indagar as fontes. Não devemos nos contentar apenas com aquilo que os documentos apresentam; é preciso saber ler suas entrelinhas para daí retirar informações que possam ser utilizadas. Para saber o que perscrutar em tais documentos, temos de ter em mente o objetivo pretendido ao analisá-lo, isto é, saber o que se pretende encontrar em tal fonte. É necessário muito cuidado nessa parte, pois há uma diferença entre ter em mente o objetivo que se almeja e enxergar aquilo que se quer onde não está descrito. Quanto ao que se deve questionar aos documentos, varia em cada caso, bem como os métodos para se efetuá-lo. A única observação, que o autor recomenda, é que esses métodos sejam flexíveis, pois tópicos interessantes que não estavam previstos podem surgir.

No entanto, Bloch (2001) nos lembra que além de questionar os documentos, devemos submeter as informações encontradas a uma análise, algo que pode ser feito por comparações com informações extraídas de outros documentos, por exemplo. Nesse sentido, é necessário tomar cuidado, pois informações adulteradas podem ter como objetivo polir ou macular a imagem de personagens históricos, embora já estejamos alertados sobre julgamentos de caráter. Um dos meios de se evitar fontes modificadas é, então, dispor do material original que se busca pesquisar, embora infelizmente isso nem sempre seja possível. É importante também expor as fontes utilizadas na pesquisa histórica para o leitor, para que este também possa confiar naquilo que o autor lhe diz.

Segundo Bloch (2001), caso alguma inexatidão seja descoberta, devemos nos perguntar se esta é proposital; se julgarmos que sim, é proveitoso que se busque a razão desta, pois a falsificação constitui um ato histórico, afinal, a troco de que se manipularia uma fonte histórica? Ademais, certas ações hoje moralmente questionáveis, como plágio, nem sempre foram consideradas desse modo. Situações, como a proximidade com aquilo que se descreve, por exemplo, podem levar também a imprecisões; ou seja, cabe ao historiador, por meio de outras fontes e de sua análise, considerar esta como proposital ou não.

Ainda segundo Bloch (2001), uma determinada fonte só faz sentido se inserida em um contexto cronológico, onde podemos compará-la com as demais pertencentes ao mesmo contexto. Essa comparação pode até mesmo estabelecer a veracidade de um documento, já que, caso se afaste demasiadamente do ambiente sociocultural em que foi escrito, isso decretaria sua falsidade; por outro lado, estar idêntico à outras obras também não é razoável, podendo caracterizar plágio.

Portanto, utilizando o livro de Bloch como referência, seguiremos os passos indicados por este sobre como conduzir uma pesquisa histórica. O utilizaremos em conjuntos com as outras metodologias já descritas, estabelecendo assim parâmetros sobre as condições e guias utilizados ao compor essa dissertação. Discutimos, então, o modo como os documentos serão elencados e de que forma serão analisados; a seguir, falaremos sobre a metodologia de tradução para o livro apresentado.

2.2.3 Métodos de Tradução adotados neste trabalho

Como principal suporte para compor nossos métodos de tradução, utilizaremos a obra "Escola de Tradutores", de autoria de Paulo Rónai (1907-1992). Rónai (2012) aponta que, ao examinar a tradução de forma muito rigorosa, se conclui que essa é absurda, pois consiste em verter para outro idioma um texto pensado, redigido e publicado em um contexto totalmente diferente. Então, se as ideias são condicionadas pelo ambiente do autor, como fazê-las entendíveis em um ambiente que, por vezes, é completamente diferente? Essa é a tarefa do tradutor, que não somente transpõe um idioma, mas deve também transpor as ideias que o texto redigido em tal idioma representa.

Rónai (2012), inicialmente, expõe soluções ao se trabalhar com modismos, frases próprias de determinada língua ou autor. No primeiro caso, sugere procurar por expressões equivalentes para o idioma que se está a traduzir; no segundo caso, optar por uma tradução literal e adicionar uma nota explicativa. Explicita também que, por vezes, é melhor priorizar uma tradução livre, porém mantendo o expressionismo da obra, do que verter o texto de maneira literal ao custo de sua identidade literária. Para isso, não basta apenas conhecimento da língua a se traduzir, mas também do contexto cultural em que essa é utilizada, isto é, do ambiente em que é falada, suas expressões, regionalidades, etc. Só assim é possível traduzir uma ideia, como proposto pelo autor.

De fato, Rónai (2012, p. 24) diz que "o tradutor deve conhecer todas as minúcias semelhantes da língua de seu original a fim de captar, além do conteúdo estritamente lógico, o tom exato, os efeitos indiretos, as intenções ocultas do autor." É claro, segundo Rónai (2012), que essa submersão é subjetiva, e, portanto, diferentes autores verterão a mesma obra de diferentes modos, o que não significa, necessariamente, que uma tradução esteja melhor que a outra. O autor versa então sobre traduções indiretas, isto é, traduções de traduções, ressaltando que é uma prática que necessita de muito cuidado para que não haja perda do sentido do texto. Por estarmos de posse da obra original, nos debruçamos na primeira parte.

A seguir, Rónai (2012) expõe a responsabilidade dos tradutores, que é a de manter-se fiel à obra original ao mesmo tempo que se verte seu conteúdo a outro ambiente que, por vezes, é completamente diferente. Deve-se, então, procurar refinar suas habilidades, por meio de leituras, exercícios, etc. para que evite cometer equívocos. Argumenta também que é necessária honestidade intelectual ao se traduzir uma obra, não adicionando ou suprimindo trechos que possam distorcer o ponto de vista do autor original, ainda que o tradutor considere que isso possa consistir em benefícios para a obra, ao mesmo tempo que defende a humildade intelectual, apoiando-se sempre em textos que possam contribuir para a obra.

Rónai (2012) coloca o tradutor como mediador, embora não no sentido estrito da palavra, entre o falante e o ouvinte; ou, como em diversos casos, escritor e leitor. Cabem então três processos para essa mediação: ler a obra proposta pelo escritor, compreendê-la e interpretá-la, e por fim transpô-la de modo que o leitor possa compreender. Um ponto muito importante citado pelo autor são as diferenças que surgem quando se traduz diferentes gêneros textuais, mesmo que estes tenham sido escritos no mesmo idioma.

Esse trecho é crucial para que se compreenda a importância da tradução nas pesquisas feitas na área de História da Matemática. Bertato e Cortese (2021) apontam que a tradução em História da Matemática, quando bem sucedida, nos aproxima das ideias do autor original. Uma boa compreensão do texto é essencial para que, a partir deste, pesquisas e materiais possam ser elaborados, e a tradução torna-se cada vez mais necessária dada a grande quantidade e variedade linguística de autores; fontes terciárias não mais constituem bons pontos de apoio para pesquisas, já que as fontes primárias, ou secundárias quando a língua traduzida se trata da língua materna do pesquisador, melhor se aproximam das ideias originais.

Oliveira e Barbosa (2019) apontam que verter um texto de um idioma para outro consiste numa série de escolhas e comparações, que por fim, o tornam compreensível na língua que se deseja. Nesse processo, os autores apontam que parte-se de um *texto fonte*, em língua estrangeira, para um *texto destinação*, que é o traduzido. Para fazer isso, deve-se considerar não apenas a escrita, mas também o contexto cultural no qual a obra foi produzida, pois, como já dito por Rónai (2012), ao traduzir vertemos ideias e não apenas palavras.

Ainda de acordo com Oliveira e Barbosa (2019) é nesse momento que entram os *textos de apoio*, que ajudam a compreender esse contexto. Daí vem também a importância de compreender a biografia do autor. Como pode-se ver, há uma indissociabilidade entre uma obra e o contexto histórico, social e cultural em que foi escrita. Justifica-se também a importância de fazer esse tipo de tradução pela valorização de nossa língua materna, e o valor inestimável de poder consultar um texto estrangeiro nesta; outros trabalhos podem ser executados uma vez que se possua a obra traduzida em mãos.

Dados esses três diferentes textos, podemos chegar a algumas conclusões interessantes: dada a grande oferta de textos matemáticos elaborados em línguas estrangeiras, é interessante que a tradução destes seja feita para que nossos professores possam consultá-las e, possivelmente, elaborar artigos e materiais didáticos. Como se faz necessário vertê-los para nosso idioma, não apenas as palavras devem ser traduzidas, mas também as ideias cunhadas pelo autor. Portanto, é indispensável, no mínimo, possuir certo conhecimento sobre o escritor do texto e o contexto sociocultural em que este foi produzido. Ora, já que esse conhecimento é necessário, e ter certo domínio sobre o assunto tratado também é importante, por que não confiar a tradução a um pesquisador de História da Matemática?

É claro que essa última conclusão merece algumas ressalvas. Esse pesquisador deve cumprir alguns requisitos para que a tradução possa ser confiada a ele pois, caso contrário, de nada adiantará. Primeiramente, deve possuir conhecimentos em História, de modo a saber procurar fontes, investigá-las, analisá-las e só então utilizá-las para compor sua obra; aqui, nos apoiamos no livro de Bloch (2001) para tal. É também de sua responsabilidade investigar a metodologia de tradução, pois apenas o conhecimento da língua a ser vertida não basta caso o pesquisador não compreenda situações e obstáculos que podem surgir frente a esse durante o processo; aqui, nos reportamos a Rónai (2012), Oliveira e Barbosa (2019) e Bertato e Cortese (2021). Por fim, deve conhecer o contexto histórico e social em que o documento foi escrito, o qual, nesse caso, consiste no Brasil imperial; para isso, nos reportamos aos textos que compõem nosso referencial teórico e ao livro de Schwarcz e Starling (2018). Apenas de posse de todos esses itens é que o pesquisador pode ter alguma expectativa de efetuar uma tradução satisfatória.

3. Contexto Histórico: uma narrativa

Neste capítulo faremos uma narrativa sobre o contexto histórico em que Gomes de Souza viveu, que abrange os anos finais do período conhecido como Brasil Colônia e um período do Brasil Império. Escolhemos fazer alguns apontamentos que se referem a fatos anteriores ao nascimento deste; mais precisamente, com a vinda da família real portuguesa para o Brasil, evento que desencadeia uma série de acontecimentos na então colônia portuguesa, como a criação da Escola Militar.

3.1 O estabelecimento da corte portuguesa no Brasil

Conforme Schwarcz e Starling (2018), Portugal foi afetado pela guerra entre França e Inglaterra. Embora a monarquia tenha se esforçado para permanecer neutra em relação a ambos os países, não obteve sucesso em seu intento; pressionada a escolher um lado na guerra, adiou a decisão até o último instante possível. A França, em conjunto com a Espanha, decidiu então invadir Portugal, tencionando destronar D. João VI e repartir o território entre países aliados. Ciente disso, o monarca português, junto de sua corte e com auxílio dos ingleses, partiu para o Brasil, que então era uma colônia portuguesa. A decisão não era surpreendente; outros monarcas já haviam considerado a partida, e a corte de D. João VI já deliberava o assunto a meses.

Schwarcz e Starling (2018) apontam que, em novembro de 1807, saíram de Portugal os navios abrigando a família real e sua corte, além daqueles que alugaram embarcações para atravessar o Atlântico, com rumo ao Rio de Janeiro. Devido a certos contratempos, e após quase dois meses no mar, aportaram em Salvador. Lá, D. João VI assinou o primeiro decreto que iria impulsionar o desenvolvimento brasileiro: a abertura dos portos do país para importações e exportações. Logo vieram outras mudanças, como a instalação de faculdades de medicina e a permissão para instalação de fábricas.

Mariotto (2019b) faz algumas considerações sobre a colonização de nosso país por Portugal. Durante um longo tempo, Portugal coibiu o desenvolvimento de diversas atividades no Brasil, incluindo as científicas, de modo a melhor exercer seu poder de metrópole. Esse processo culminou em um “atraso” científico em relação a países com período semelhante de colonização. Inicialmente, a educação brasileira esteve nas mãos dos jesuítas, que consistia ainda em métodos conservadores de ensino e pesquisa. Posteriormente, esses foram expulsos do país com a reforma pombalina. Entretanto, uma mudança real nesse quadro só foi possível após a chegada de D. João VI.

De acordo com Schwarcz e Starling (2018), com o transporte da sede real para o Rio de Janeiro, mudanças foram feitas na cidade; a família real ficaria hospedada no Paço dos Vice-Reis, e as residências mais abastadas próximas ao Paço foram tomadas dos moradores para hospedar o restante da corte. O processo consistia em escrever na fachada de tais casas “PR”; a sigla indicava príncipe real, denotando que a casa deveria ser deixada em favor deste; entretanto, a população, aborrecida, lia-a como “ponha-se na rua”.

3.2 A Criação da Academia Real Militar

Ainda de acordo com Schwarcz e Starling (2018), acomodada na nova sede, a monarquia começou a tratar de assuntos necessários à sua manutenção. Proibido de possuir imprensa até então, o Brasil inaugurou a Imprensa Régia em maio de 1808, com o intuito de publicar documentos oficiais, mas também permitindo a impressão de livros e folhetos desde que não contrariassem a coroa. Foram também criados o Jardim Botânico e a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios. Em dezembro de 1815, o Brasil passa a integrar o Reino Unido de Portugal e Algarves.

Em dezembro de 1810, apontam Silva (2003), Miller (2003), Martines (2014) e Mariotto (2019b), foi emitido o decreto para a criação da Academia Real Militar. Destinada à formação de militares, formaria topógrafos, geógrafos, engenheiros, cavalaria, infantaria e artilharia. O curso completo teria duração de sete anos, e iniciou suas funções em abril de 1811, na Casa do Trem de Artilharia, sendo transferida no ano seguinte para o Largo de São Francisco de Paula. Por tratar-se de uma academia militar, a formação estava atrelada ao ingresso no exército. Percebemos em Mariotto (2015, 2019a, 2019b) que a formação de Gomes de Sousa, prestando apenas os exames vagos, constituiu então uma verdadeira exceção à regra.

Os professores, segundo Silva (2003), Miller (2003), Martines (2014) e Mariotto (2019b), deveriam elaborar livros texto que os estudantes pudessem utilizar para seus estudos, o que poderia ser feito tanto por meio de traduções como por autoria do próprio docente. Esses, em sua maioria, foram publicados pela Imprensa Régia. Porém, Miller (2003) esclarece que, apesar do intuito grandioso, diversas dificuldades apresentaram-se ao decorrer dos anos, como a falta de material adequado e professores, bem como a quantidade reduzida de estudantes. Nota-se também que, apesar de grande parte das disciplinas ofertadas constituírem uma matemática hoje vista no ensino superior, apenas as quatro operações básicas eram cobradas, em conjunto com algumas habilidades de outras áreas do conhecimento, para o ingresso na instituição.

Quadro 2: quadro indicando as disciplinas de cada ano, bem como os docentes e os livros adotados a partir da criação da Academia Real Militar

	Cadeira	Professor	Livros adotados
1º ano	Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria e Desenho	Antonio José do Amaral	Lacroix, Legendre, Delambre
2º ano	Álgebra Superior, Geometria, Cálculo, Geometria Descritiva, Desenho	André Pinto Duarte, 1º Ten. Do Real Corpo de Engenheiros	Lacroix e Gaspard Monge
3º ano	Mecânica, Hidráulica, Balística e Desenho	José Saturnino da Costa Pereira	Francoeur, Prony, Abade Bossut, Fabre, Gregory, Bézout, Robins e Euler
4º ano	Trigonometria, Óptica, Astronomia, Geodésia, Cartas Geográficas e Geografia Terrestre	Manuel Ferreira d'Araújo Guimarães	Legendre, La Caille, La Lande, Laplace, Haüy e Brisson.
	Física	Luiz Antônio Barradas	
	Desenho	João José de Souza	
5º ano	Tática, Estratégia, Castrametação[3], Fortificação de Campanha, Reconhecimento de Terreno e Topografia	João de Souza Pacheco Leitão, Sargento-mor do Real Corpo de Engenheiros	Guy de Vernon, Lessac, Lavoisier, Vauquelin, Fourcroy, La Grange e Chaptal
	Química (métodos docimáticos[4])	Daniel Gardner, médico	
6º ano	Fortificação, Ataque e defesa de Praças, Arquitetura Civil, Construção das Estradas, Pontes, Canais e Portos, Orçamento das Obras, etc.	Francisco Cordeiro da Silva Torres e Alvim	Guy de Vernon, Bossut, Werner, Napion e Brochant
	Mineralogia e Desenho	Frei José da Costa Azevedo	
7º ano	Artilharia Teórica e Prática, Minas e Geometria Subterrânea.	Manuel da Costa Pinto	De Roza, Lineu e La Cepède
	História Natural	Frei José da Costa Azevedo	

Fonte: Miller, 2003

[3]Castrametação: Escolha e levantamento de terreno para fortificação ou acampamento, segundo o Novo Dicionário da Língua Portuguesa de Aurélio Buarque de Holanda Ferreira, 1ª edição, 1975 p. 294. (MILLER, 2003, p. 65)
[4]Docimasia: Parte da química que procura determinar a proporção em que os metais entram nos minérios, segundo o Novo Dicionário da Língua Portuguesa de Aurélio Buarque de Holanda Ferreira, 1ª edição, 1975 p. 487. (MILLER, 2003, p. 65)

Enquanto a academia despontava como ambiente de produção de conhecimentos em solo brasileiro, Schwarcz e Starling (2018) apontam que havia uma crescente tensão em Portugal, constituída pela permanência do monarca no Brasil. Essa tensão culminou na Revolução do Porto em 1820 que, por sua vez, resultou na volta de D. João VI no ano seguinte, deixando seu filho, Pedro (1798-1834), contando com 24 anos, como "regente" do país. Com a volta do rei, as cortes portuguesas tencionavam elaborar medidas que representariam uma regressão ao desenvolvimento brasileiro adquirido após a chegada de D. João VI. As publicações de tais medidas, que incluíam o regresso de D. Pedro I à Portugal, chocaram os políticos brasileiros, que por sua vez pressionaram-no a permanecer; após certa deliberação, o príncipe decidiu, em sessão, permanecer no Brasil, ao menos provisoriamente.

3.3 A independência do Brasil e a instituição do grau de doutor em Ciências Matemáticas

Schwarcz e Starling (2018) ressaltam que as sucessivas medidas de repressão à liberdade adquirida pelo Brasil durante a estadia de D. João VI continuaram. Desse modo, figuras políticas brasileiras iniciaram os primeiros passos rumo a independência do país. Dada a insatisfação da elite com as medidas políticas tomadas por Portugal, a ideia de separar-se da coroa portuguesa tomou forma, tendo sido oficializada por meio de D. Pedro I no dia 7 de setembro de 1822, próximo ao riacho do Ipiranga, em meio a amigos e estadistas próximos, e não em um grande evento popular como geralmente descrito. Ficara acordado que, apesar da independência do Brasil com relação à Portugal, não se estabeleceria uma república; D. Pedro I reinaria como imperador do Brasil.

Schwarcz e Starling (2018) continuam descrevendo aspectos do processo de independência de nosso país. Como dito, embora esse processo tivesse "ares" revolucionários, optou-se por manter a monarquia hereditária, o regime escravocrata, e o domínio senhorial. A Inglaterra prontificou-se a mediar a independência, em troca de vantagens obtidas, como diminuição nas taxas de importação; entretanto, se recusou a fazer o mesmo pelas colônias portuguesas na África. Portugal acatou a independência brasileira apenas em 1825, e mediante o pagamento de uma larga soma em dinheiro, que corresponderia aos bens portugueses apossados pelos brasileiros, como a real biblioteca, com todo seu acervo, apreçada em cerca de 800:000$000 réis, atualmente cerca de R$ 20.000.000,00.[5]

[5] Lembramos que essa comparação é hipotética, apenas para fins de contextualização. A conversão foi efetuada por meio do site: https://www.diniznumismatica.com/2015/11/conversao-hipotetica-dos-reis-para-o.html

Segundo Miller (2003), diversos lentes da Academia Real Militar, renomeada como Escola Militar da Corte em 1839, assumiram cargos públicos, levando-os a se afastarem do ambiente acadêmico. Seriam então necessários substitutos para que a instituição continuasse em funcionamento. Instituindo o Grau de Doutor em Ciências Matemáticas no ano de 1842, a Escola Militar propôs que os estudantes que obtivessem tal grau poderiam substituir os professores que necessitassem de afastamento. A criação desse grau foi publicada em conjunto com outros estatutos, como segue:

> Os alumnos que se mostrarem approvados plenamente em todos os sete annos do curso completo da Escola Militar, e se habilitarem pela fórma que fôr determinada nas Instrucções, ou Regulamento do Governo, receberão o gráo de Doutor em Sciencias Mathematicas, e só os que o obtiverem poderão ser oppositores aos lugares de Substitutos. (BRASIL, 1842, p. 190)

Há que se explicar a aprovação plena citada. Segundo Mariotto (2019b) e Martines (2014), para efetuar a avaliação dos alunos, os professores de cada cadeira escolhiam, dentre os conteúdos que haviam lecionado, aqueles que julgassem pertinentes. Os alunos deviam então comparecer à instituição para sortearem um desses conteúdos, sendo um sorteio para cada disciplina cursada, para no dia seguinte serem arguidos sobre tal. Três professores avaliadores eram dispostos para esse processo, e a avaliação plena consistia na aprovação de todos; caso apenas dois aprovassem o estudante, essa aprovação seria dita simples; caso dois docentes ou mais o reprovassem, o discente teria de cursar a disciplina novamente.

Apesar da criação em 1842, somente em 29 de setembro de 1846 a aprovação do regulamento foi publicada, especificando todos os procedimentos a serem seguidos para a obtenção do grau de doutor, bem como a cerimônia para conferir tal grau aos formandos. O decreto nº 140 de 9 de março de 1842 prezava pela formação de engenheiros, assim "[...] preparando para o Exercito Officiaes instruidos de todas as armas, e para o Serviço publico e particular, Engenheiros habeis, de que tanto depende o progresso dos melhoramentos materiaes do paiz [...]" (BRASIL, 1842, p. 190). Entretanto, diferente de nossa concepção atual, o grau conferido aos formandos era o de bacharel em Matemáticas, segundo o decreto nº 476 de 29 de setembro de 1846: "Art 1.º O Alumno, que tiver sido approvado nas materias do sétimo anno da Escola militar, obterá o titulo e gráo de Bacharel em mathematicas, e o Diploma cujo modelo vai no fim do Regulamento." (BRASIL, 1846, p. 130).

Quadro 3: lista de disciplinas da Escola Militar, 1845

Ano	**Conteúdo**
Primeiro ano Primeira Cadeira	Aritmética, Álgebra Elementar, Geometria e Trigonometria Plana

Primeiro Ano Segunda Cadeira	Desenho
Segundo Ano Primeira Cadeira	Álgebra Superior, Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e Integral
Segundo Ano Segunda Cadeira	Geometria descritiva e suas aplicações
Segundo Ano Terceira Cadeira	Desenho
Terceiro Ano Primeira Cadeira	Mecânica racional, e aplicada às máquinas
Terceiro Ano Segunda Cadeira	Física experimental, Óptica e Acústica
Terceiro Ano Terceira Cadeira	Desenho
Quarto Ano Primeira Cadeira	Trigonometria Esférica, Astronomia e Geodésia
Quarto Ano Segunda Cadeira	Química e Mineralogia
Quarto Ano Terceira Cadeira	Desenho
Quinto Ano Primeira Cadeira	Topografia, Tática, Fortificação passageira, Estratégia, História Militar, Direito Miliar das gentes, e Civil
Quinto Ano Segunda Cadeira	Desenho
Sexto Ano Primeira Cadeira	Artilharia, Minas, Fortificação permanente, Ataque e Defesa de praças
Sexto Ano Segunda Cadeira	Geologia, Montanhística, Metalurgia
Sexto Ano Terceira Cadeira	Desenho
Sétimo Ano Primeira Cadeira	Arquitetura Civil, Hidráulica e Militar
Sétimo Ano Segunda Cadeira	Desenho de Arquitetura e Máquinas hidráulicas

Fonte: Martines, 2014, p. 39-40

Além das aulas teóricas, segundo o regulamento haveriam também aulas práticas, como pode-se verificar no mesmo regulamento:

> Art. 2.º Os alumnos do quarto anno serão obrigados a frequentar o Observatorio Astronomico, e os dos annos seguintes, que se destinarem aos estudos completos do Curso de Engenharia, deverão concorrer a elle sempre que forem chamados. Nos tempos das ferias de todos os annos haverá exercicios praticos.
> [...]
> Art. 12.º Para a matricula do primeiro anno da Escolo [sic] Militar requer-se: 1.º, ser Cidadão Brasileiro: 2.º, quinze annos de idade, não podendo exceder a vinte o numero dos alumnos que se destinarem ao segundo, e terceiro Curso: 3.º, exames preparatorios de grammatica da lingua Nacional, de traducção e leitura da lingua Franceza, e de pratica corrente das quatro operações de Arithmetica, e Geographia, e tambem de grammatica latina, mas somente aos que se destinarem ao Curso de Engenharia: 4.º, licença do Governo, que fixará o numero de alumnos que annualmente devem ser admittidos á matricula do primeiro anno.
> Os Estrangeiros, e os que se não destinarem ao Serviço Militar, serão matriculados como Voluntarios, ficando em tudo sujeitos ao regimen da Escola, mas não terão direito ás vantagens concedidas aos alumnos Militares nos Artigos treze e quatorze dos presentes Estatutos.
> Art. 13.º Os alumnos que se propuzerem a seguir a carreira Militar, logo que se matricularem, deverão assentar praça, se antes não a tiverem, e serão mandados addir aos Corpos da Guarnição desta Capital da arma a que pertencer o Curso a que se destinarem. Os alumnos Engenheiros serão addidos aos Corpos de Artilharia. (BRASIL, 1846, p. 7-9)

Logo, a partir do quarto ano, aulas no Observatório Astronômico seriam obrigatórias para aqueles que desejassem obter o grau de bacharel em Ciências Matemáticas. Também, alunos que adentrassem o curso como militares deveriam alistar-se na respectiva função à que se candidataram; no caso daqueles que entrassem como Engenheiros, fariam parte da artilharia. Desse modo, estariam sujeitos às práticas militares desse corpo, isto é, a exercícios físicos. Esse fato é ainda corroborado por Leal (1874), ao escrever que Gomes de Souza não possuía aptidão física para tais práticas.

Mariotto (2019b) e Martines (2014) esclarecem que os docentes que já estavam lecionando na Escola Militar não necessitaram passar por esse processo, pois simplesmente receberam o grau de doutores. Gomes de Souza passou pelo processo de doutoramento, embora de maneira peculiar a ser detalhada mais à frente. Quanto ao grau de doutor, Martines (2014) nos esclarece que, para que alguém pudesse obtê-lo, deveria ser aprovado plenamente em todas as disciplinas do curso de matemáticas, além de entregar ao diretor da instituição quarenta cópias de uma tese de sua autoria, e que versasse sobre algum assunto matemático pertencente a disciplinas dos três últimos anos do bacharelado. No que se refere ao conteúdo da dissertação, esse devia ser avaliado por algum dos lentes da Escola, escolhido pelo requerente do grau de doutor; entretanto, esse apenas avaliaria a tese quanto a um potencial conteúdo ofensivo, não examinando o mérito de seu conteúdo científico.

De fato, segundo Martines (2014), não era necessário apresentar conteúdo inédito para aprovação da tese de doutoramento. Caso o docente desse um parecer positivo, os outros selecionariam, dentre eles, quatro para proceder com a arguição da tese, cabendo, a cada um, meia hora para isso em data e horário previamente estabelecidos, com o lente escolhido para avaliação da tese presidindo a seção de doutoramento. Quanto à cerimônia de obtenção do título, após alguns discursos haverem sido proferidos, o lente mais antigo conferia aos doutorandos o grau de doutor em Ciências Matemáticas.

Infere-se então que, a partir de 1846, os formandos da Escola Militar da Corte poderiam requerer o grau de doutores. Segundo Miller (2003) e Martines (2014), a partir de 1848 temos os primeiros doutores em Ciências Matemáticas formados no Brasil, dos quais Gomes de Souza foi o sétimo; é importante salientar que, embora pesquisas anteriores o apontassem como o primeiro doutor nessa área no Brasil, devido a investigações mais recentes na área, atualmente compreendemos que isso não é verídico. O primeiro doutor em Ciências Matemáticas no Brasil é, na verdade, Manuel da Cunha Galvão (1822-1872).

Encerramos aqui nossa contextualização histórica. Não adentramos mais no processo de doutoramento, nem nas teses produzidas à época, por não ser esse o objetivo de nosso trabalho. Além disso, esses aspectos estão presentes em outras teses, como na dissertação de Miller (2003) e de Martines (2014). Sobre o doutoramento e a tese apresentada por Gomes de Souza, é possível consultar Mariotto (2019). O objetivo aqui era apenas contextualizar o leitor sobre alguns dos principais fatos da História do Brasil do século XIX que culminaram na criação da Escola Militar, frequentada por Gomes de Souza, e na criação do grau de doutor em Ciências Matemáticas, também obtido por este.

3.4 Joaquim Gomes de Souza: uma história de vida

Pretendemos, neste capítulo, discursar sobre uma história de vida de Joaquim Gomes de Souza. Essa já se encontra difundida, como pode ser observado por meio dos trabalhos reunidos na revisão de literatura. Assim, nosso objetivo primário é apenas contextualizar o leitor sobre a vida de Gomes de Souza, especialmente no que diz respeito à parte acadêmica. Para isso, além de autores que já trabalharam com este, utilizamos, sempre que possível, recortes de jornais da época, de modo tanto a corroborar como contestar alguns fatos. Segundo Bloch (2001, p. 115), “é necessário ter um olhar crítico aos documentos, um único testemunho sobre um relato não nos diz nem que ele é verdadeiro nem que é falso, é preciso buscar nos relatos vizinhos concordâncias ou contradições.” Optamos por incluir os recortes de jornais como notas de rodapé, disponibilizando sua fonte e indicando sua paginação nos anexos.

A família de Gomes de Souza, como já pontuado, dispunha de diversas terras no estado do Maranhão e, segundo Araújo (2012), contribuiu até mesmo para o desenvolvimento desse estado brasileiro. Tanto seu pai quanto seu avô possuíam patentes militares, o que poderia ter influenciado a decisão de Gomes de Souza de ingressar na Escola Militar como militar, e não como voluntário; inclusive, a alcunha de “Souzinha” lhe teria sido dada quando ainda era criança. Inicialmente, sua família gostaria que cursasse direito em Olinda, pois um de seus irmãos já o fazia. Porém, com a morte deste irmão, retornou de Olinda para as terras da família e posteriormente foi enviado para a Escola Militar.

Leal (1874, p. 111) argumenta que “não era, porém, compleição tão delicada propria para os exercicios das armas.” Tanto Araújo (2012) como Rocha (2013) concordam ao dizer não era apto à carreira militar devido às exigências físicas e, por isso, decide abandonar a Escola Militar e ingressar na faculdade de medicina, também na cidade do Rio de Janeiro. Durante o curso, demonstrava predileção pelas disciplinas que envolviam matemática, possível motivo pelo qual deixou-o para retomar sua graduação em engenharia. O fez no ano de 1848, quando o grau de doutor em Ciências Matemáticas já estava regulamentado e instituído.

Segundo Mariotto (2019a), solicitou prestar apenas os exames da escola para obter o diploma, inicialmente propondo efetuar os testes dos 2º, 3º e 4º anos do curso. Alegou possuir frequência semelhante no curso de medicina, e haver estudado as disciplinas em particular. Inicialmente, a Escola Militar negou tal requerimento; posteriormente, o ministro da guerra, ministério então responsável pela instituição, requisitou que o pedido de Gomes de Souza fosse atendido. Assim, prestou dois exames: um dito de generalidades, onde seria arguido sobre elementos diversos referentes a cada disciplina do curso, uma a uma; e o exame de ponto, comum aos demais estudantes.

Como já explicado anteriormente, as aprovações poderiam ser simples ou plenas. Obtendo uma aprovação simples em Mecânica Racional, disciplina do 3º ano, a Escola Militar optou por cancelar os exames do 4º ano de Gomes de Souza. Este então repetiu o exame, de modo a obter a aprovação plena, e, por meio de um novo requerimento, solicitou submeter-se aos exames dos 4º, 5º, 6º e 7º anos. Há indícios que, novamente, a aceitação de tal requerimento não teria partido dos membros da Escola Militar, mas de um ambiente externo; a instituição, provavelmente, temia que outros alunos solicitassem prestar apenas os exames alegando haver estudado as matérias particularmente (MARIOTTO, 2019a).

De acordo com Martines (2014), seis outros bacharéis em engenharia já haviam obtido o grau de doutor em Ciências Matemáticas, nomeadamente Manuel da Cunha Galvão, Ignacio da Cunha Galvão, João Baptista de Castro Moraes Antas, Francisco Joaquim Catête, Luiz Affonso d'Escragnolle e Manoel Caetano de Gouvêa Junior, tornando Gomes de Souza o sétimo a recebe-lo. Leal (1874), Miller (2003) Martines (2014) concordam ao afirmar que Gomes de Souza foi oficializado doutor em 14 de outubro de 1848; entretanto, diferente do apontado por Leal (1874), Martines (2014) evidencia que o imperador D. Pedro II não esteve presente na cerimônia de doutoramento deste.

Sobre a tese de doutoramento de Gomes de Souza, Mariotto (2019b) primeiramente versa sobre a História da Astronomia. Destacando-se nessa discussão está o estudo de Le Verrier (1811-1877) que, utilizando apenas cálculos, estimou a posição do planeta Netuno, desconhecido até então; Le Verrier fez isso baseado nas perturbações da órbita de Urano. É possível que tal fato tenha influenciado Gomes de Souza quanto a escrita de sua tese; acredita-se que observações no observatório astronômico não tê-lo-iam influenciado, já que Mariotto não encontrou registros de sua participação nas aulas lá ministradas; inclusive, não localizou nenhum registro sobre a participação ou não do sujeito em aulas práticas.

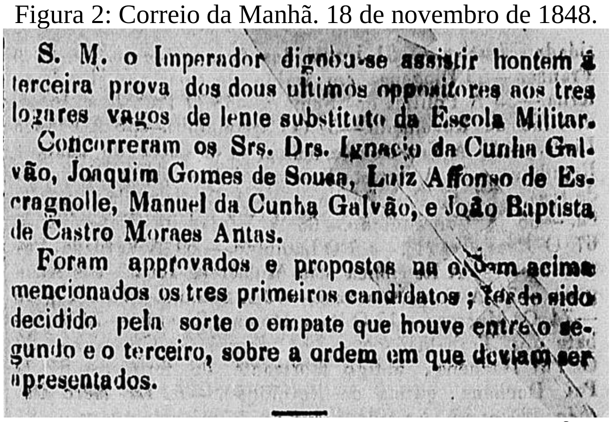
Examinado o contexto histórico (tanto social quanto científico-astronômico), Mariotto (2019b) efetua uma investigação da tese. Primeiramente, traz uma revisão bibliográfica acerca da obra em questão, na qual vários autores apontam para a originalidade da tese; apesar de inspirada na descoberta de Le Verrier, se propõe mais geral sobre a descoberta de astros perturbadores. Sobre a tese, intitulada "Disertação sobre o modo de indagar novos Astros sem auxílio das observações directas", esta contém 56 páginas, as quais Mariotto buscou compreender de acordo com as referências citadas pelo próprio autor. A tese divide-se em: elementos pré e pós-textuais; introdução; problemas I, II e III; "sobre os cometas"; e "sobre a figura dos astros e movimentos em torno dos centros de gravidade".

Na introdução, não delimitada no texto, mas sim por Mariotto (2019b), Gomes de Souza discorre sobre a possibilidade da localização de astros sem observá-los diretamente, utilizando seis elementos orbitais e sete fórmulas que relacionam estes elementos e a massa do planeta. Tanto esses elementos quanto as fórmulas reportam-se ao livro *Traité de mécanique céleste,* de autoria de Laplace. Quanto aos problemas por ele definidos, consistem em "Sendo dada a perturbação de hum astro, achar-se-a mais de um systema de astros que as satisfaça?"; "Sendo dadas as perturbações de hum planeta, he possivel achar mais de hum planeta perturbador que as satisfaça?" e "He possivel substituir a acção perturbadora de hum planeta pela de dois outros?" (SOUZA apud MARIOTTO, 2019b, p. 205, 217, 231).

Mariotto (2019b) dedica-se então ao detalhamento das operações matemáticas presentes nesses três problemas, acrescentando esclarecimentos e tendo ela mesma efetuado as operações. Fazendo isso, notou também algumas estranhezas matemáticas no documento, como trocas indevidas de sinais de positivo e negativo. Além disso, Gomes de Souza deixa de justificar certos pontos em sua tese, abrindo margens para incerteza sobre a validade dos argumentos. No entanto, esses elementos não constituíram uma base para crítica da obra na época, pois o autor da tese demonstra conhecimento tanto de Astronomia quanto de Matemática; tratando de um assunto atual na época da publicação.

Segundo Leal (1874) e Mariotto (2019b), candidatou-se a uma vaga de lente substituto na Escola Militar. Além dele, Ignácio Galvão e Luiz Escragnolle também foram empossados pelo mesmo edital. Entretanto, Mariotto (2019b) esclarece que umas das condições do edital era o título de militar. Apesar de não possuir tal título, Gomes de Souza era considerado Capitão honorário e, além disso, os estatutos da escola previam a admissão de lentes que não possuíssem patente militar. Logo após assumir o cargo, solicitou uma licença de saúde e partiu para o Maranhão.

Figura 2: Correio da Manhã. 18 de novembro de 1848.


S. M. o Imperador dignou-se assistir hontem á terceira prova dos dous ultimos oppositores aos tres logares vagos de lente substituto da Escola Militar.

Concorreram os Srs. Drs. Ignacio da Cunha Galvão, Joaquim Gomes de Souza, Luiz Affonso de Escragnolle, Manuel da Cunha Galvão, e João Baptista de Castro Moraes Antas.

Foram approvados e propostos na ordem acima mencionados os tres primeiros candidatos; tendo sido decidido pela sorte o empate que houve entre o segundo e o terceiro, sobre a ordem em que deviam ser apresentados.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.[6]

As obras de Araújo (2012) e Rocha (2013) afirmam que, em 1854, Gomes de Souza partiu para a Europa sob o pretexto de estudar o sistema penitenciário de alguns países para trazer reformas ao nosso. Entretanto, nos anais do parlamento brasileiro, verificamos que, primeiramente, solicitou uma licença para que pudesse ir à Europa aprofundar seus estudos em ciências exatas; sendo votada em seção no dia 18 de maio de 1852, esta não obteve resultado positivo. Foi submetida novamente, mas não obtivemos registros dos resultados. Na seção do dia 09 de junho de 1852, seu adiamento é votado. A última menção concernente a tal emenda é feita na sessão de 25 de julho de 1853, estando sua votação ainda adiada. Assim, é possível que

---

[6] Correio da tarde. 18 de novembro de 1848. Disponível em: <http://memoria.bn.br/DocReader/docreader.aspx?bib=616028&pasta=ano%20184&pesq=&pagfis=1017>.

tenha, de fato, solicitado partir para fazer estudos sobre o regime penitenciário, após seu primeiro insucesso, pois de fato viajou ao continente europeu, tendo visitado França, Inglaterra e Alemanha.

Figura 3: Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 18 de maio de 1852.

Sessão em 18 de Maio

PRESIDENCIA DO SR. MACIEL MONTEIRO (VICE-PRESIDENTE.)

SUMMARIO.—*Expediente.—Pretenção de Jonathas Abbot e Joaquim Gomes de Souza. Rejeição.—Pretenção de José Bernardo Fernandes Gama. Rejeição. — Pretenção de João Henriques de Paiva. Rejeição.—Aposentadoria dos empregados publicos. Adiamento.—Creação de um montepio militar. Adiamento.—Furto de gado vaccum e cavallar. Discursos dos Srs. Taques, Araujo Lima, Carneiro da Cunha, Figueira de Mello e Paula Candido. Adiamento.—Juizo dos feitos da fazenda. Discursos dos Srs. Taques, Pacheco e Penna.*

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.[7]

Figura 4: Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 09 de junho de 1852.

O requerimento de adiamento é apoiado e approvado sem discussão.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.[8]

Figura 5: Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão de 25 de julho de 1853.

O nobre deputado começou atacando a medida pelos precedentes; fallou-nos no distincto medico o Sr. Dr. Jonathas Abbot, que tendo uma pretenção identica, baseada porém em motivos differentes, pois que queria ir á Europa com o fim de instruir-se mais, de adquirir maiores habilitações, para melhor servir ao paiz e á mocidade estudiosa que dirige como professor, a camara lhe havia negado o seu assentimento. Se o nobre deputado quizesse mais exemplos ou precedentes, eu mesmo os apresentaria, e um principalmente muito frisante. O Sr. Dr. Joaquim Gomes de Souza, moço de notavel intelligencia (*apoiados*), uma de nossas glorias litterarias, e que em qualquer ponto da Europa seria tido como uma notabilidade pelo seu talento, applicação e conhecimentos, pretendeu tambem, sendo já professor, ir á Europa alargar a esphera de suas habilitações; e a pretenção deste joven tão esperançoso foi indeferida pela camara!

UMA VOZ: — Está adiada.

O SR. LISBOA SERRA: — O que é certo é que os desejos mui bellos e nobres desse distincto academico não puderão ser levados a effeito, de-

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.[9]

---

[7] Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 18 de maio de 1852. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=132489&pagfis=31849>

[8] Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 09 de junho de 1852. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=132489&pagfis=32029>

[9] Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 25 de julho de 1853. Disponível em: < https://memoria.bn.br/DocReader/docreader.aspx?bib=132489&pagfis=34106>

Durante sua estadia na França, intentou publicar na *Académie des Sciences*, o que pode ser verificado por meio dos resumos da Academia. No quadragésimo tomo dos resumos da *Académie des Sciences*, podemos verificar o seguinte trecho:

> O Sr. J. Gomes de Souza submete ao julgamento da Academia um trabalho tendo por título: *Memórias sobre a determinação de funções incógnitas que se enquadram sob o sinal de integração definida.*
> Esse trabalho, composto por sete fascículos, é enviado ao exame de uma comissão composta pelos Srs. Liouville, Lamé e Bienaymé (*ACADÉMIE DES SCIENCES*, 1855a, p. 1310, tradução nossa).

Figura 6: Resumos da *Académie des Sciences*, quadragésimo tomo

M. J. Gomez de Souza soumet au jugement de l'Académie un travail ayant pour titre : *Mémoires sur la détermination de fonctions inconnues qui rentrent sons le signe d'intégration définie.*

Ce travail, qui se compose de sept fascicules, est renvoyé à l'examen d'nne Commission composée de MM. Liouville, Lamé, Bienaymé.

Fonte*: Académie des Sciences*, 1855a

Já no quadragésimo primeiro tomo, há o seguinte apontamento:

> O Sr. Gomes de Souza submeteu ao julgamento da Academia duas novas Memórias *de análise matemática* e uma Memória sobre *teoria do som*.
> (Enviada ao exame dos comissários nomeados para as comunicações precedentes do autor, Srs. Liouville, Lamé e Bienaymé.) (*ACADÉMIE DES SCIENCES*, 1855b, p. 100, tradução nossa).

Figura 7: Resumos da *Académie des Sciences*, quadragésimo primeiro tomo

M. J. Gomez de Souza soumet au jugement de l'Académie deux nouveaux Mémoires *d'analyse mathématique* et un Mémoire sur la *théorie du son*.

(Renvoi à l'examen des Commissaires nommés pour de précédentes communications de l'auteur, MM. Liouville, Lamé, Bienaymé.)

Fonte: *Académie des Sciences*, 1855b

Há também um registro no quadragésimo segundo tomo, destacando a adição à uma memória.

> O Sr. Gomes de Souza iniciou a leitura de uma memória intitulada: *Adição à uma Memória sobre a determinação de funções incógnitas que se enquadram sobre a integração definida.*
> (Nomeados os comissários precedentes: Srs. Liouville, Lamé e Bienaymé) (*ACADÉMIE DES SCIENCES*, 1856a, p. 1119, tradução nossa).

Figura 8: Resumos da *Académie des Sciences*, quadragésimo segundo tomo

M. Gomès de Souza commence la lecture d'un Mémoire intitulé : *Addition à un Mémoire sur la détermination des fonctions inconnues qui rentrent sous le signe d'intégration définie.*

(Commissaires précédemment nommés : MM. Liouville, Lamé, Bienaymé.)

Fonte: *Académie des Sciences*, 1856a

Há também uma nota indicando a adição de Cauchy à comissão responsável por examinar sua memória:

> O Sr. Cauchy é adicionado à Comissão encarregada de examinar uma Memória apresentada pelo Sr. Gomes de Souza na sessão precedente. (*ACADÉMIE DES SCIENCES*, 1856a, p. 1175)

Figura 9: Resumos da Académie des Sciences, quadragésimo segundo tomo

M. Cauchy est adjoint à la Commission chargée d'examiner un Mémoire présenté par M. *Gomès de Souza* dans la séance précédente.

Fonte: Académie des Sciences, 1856a

No quadragésimo terceiro tomo podemos verificar certa pressa de Gomes de Souza em receber as respostas para suas publicações:

> O Sr. Gomes de Souza pede à Academia, de bom grado, que apresse o trabalho da Comissão que está a cargo dos exames de suas diversas comunicações relativas as questões de análise matemática. O Sr. de Souza deve deixar a França logo, provavelmente para não mais voltar, deseja vivamente obter um julgamento da Academia sobre seus trabalhos (*ACADÉMIE DES SCIENCES*, 1856b, p. 168).

Figura 10: Resumos *da Académie des Sciences*, quadragésimo terceiro tomo

M. Gomez de Souza prie l'Académie de vouloir bien hâter le travail de la Commission qui a été chargée de l'examen de ses diverses communications concernant des questions d'analyse mathématique. M. de Souza devant quitter prochainement la France, et probablement pour n'y plus revenir, désire vivement obtenir sur ses travaux un jugement de l'Académie.

Fonte: *Académie des Sciences*, 1856b

Por fim, temos a resposta da Academia, publicada no quadragésimo quarto tomo:

> O Sr. Gomes de Souza, professor na Faculdade de Matemáticas do Rio de Janeiro, submeteu ao julgamento da Academia um trabalho portando o título: "Memória sobre a determinação de funções incógnitas que se enquadram sobre o sinal de integração definida."
> Esse trabalho muito extenso, e que está acompanhado de um extrato, por si só, demasiadamente longo para ter lugar nos *Resumos*, é reenviado ao exame para a Comissão já designada para outras comunicações do mesmo autor, Comissão esta composta pelos Srs. Liouville, Lamé e Bienaymé (*ACADÉMIE DES SCIENCES*, 1857, p. 477, tradução nossa).

Figura 11: Resumos da *Académie des Sciences*, quadragésimo quarto tomo

M. Gomez de Souza, professeur à la Faculté de Mathématiques de Rio-Janeiro, soumet au jugement de l'Académie un travail portant pour titre : « Mémoire sur la détermination des fonctions inconnues qui rentrent sous le signe d'intégration définie. »

Ce travail très-étendu, et qui est accompagné d'un extrait lui-même trop long pour trouver place dans le *Compte rendu*, est renvoyé à l'examen de la Commission déjà désignée pour d'autres communications du même auteur, Commission qui se compose de MM. Liouville, Lamé et Bienaymé.

Fonte: *Académie des Sciences*, 1857

Na obra póstuma *Mélanges de Calcul Integral* estão presentes a "memória sobre a determinação de funções incógnitas que se enquadram sobre o sinal de integração definida" e a "memória sobre o som" apresentadas à *Académie des Sciences*. Quanto as duas memórias de análise matemática, não pudemos identificá-las; é possível, porém, que reportem-se à memórias presentes no livro. Segundo Rocha (2013), além dos artigos apresentados a sociedades científicas, obteve também um diploma de medicina pela Faculdade de Medicina de Paris.

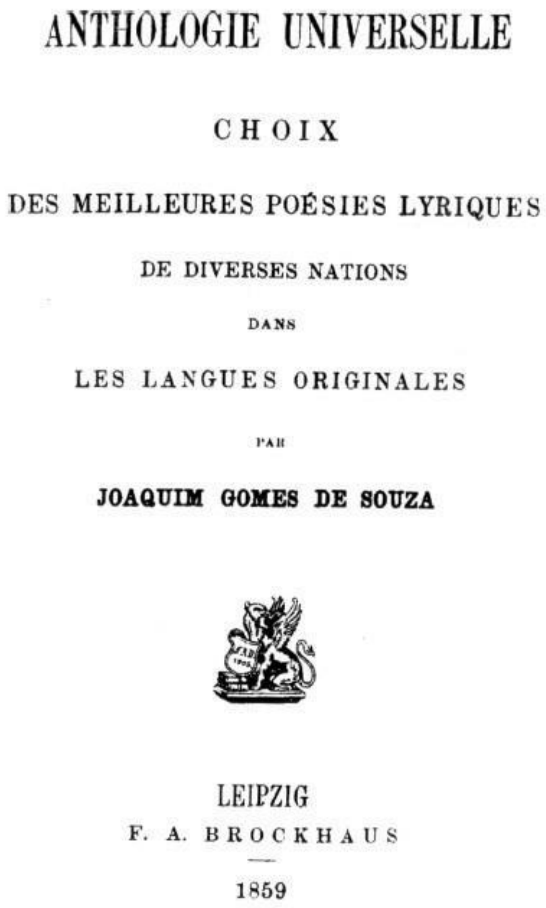
Leal (1874) e D'Ambrosio (2004) nos informam que, durante sua estadia na Europa, Gomes de Souza esteve na Alemanha, onde teria acertado com a editora Brockhaus a publicação de um livro de poesias, intitulado *Anthologie Universelle: choix des meilleures poésies lyriques de diverses nations dans les langues originales*[10]. Como o próprio título aponta, trata-se de uma coletânea de poesias compostas em diversos países diferentes, cada uma em sua respectiva língua original. Devido à quantidade de idiomas presentes na obra, é provável que Gomes de Souza não as tenha selecionado sozinho; até mesmo Charles Henry (1859-1926), escritor do prefácio do *Mélanges de Calcul Integral*, (Souza, 1882) chama atenção para esse ponto.

De acordo com D'Ambrosio (2004) e Araújo (2012), enquanto estava na Alemanha Gomes de Souza recebeu a notícia de que havia sido eleito deputado pelo estado do Maranhão; Rocha (2013) explica que não era necessária a presença no país para se eleger. É provável que a notícia da eleição tenha pressionado Gomes de Souza a casar-se. Partiu então à Inglaterra, onde desposou Rosa Edith. Entretanto, retornou ao Brasil sem a esposa, para assumir o cargo de deputado, voltando posteriormente para busca-la. Partiu em 1857 para buscar a esposa, mas segundo Leal (1874), Araújo (2012) e Rocha (2013), teria retornado somente em 1858.

Segundo Araújo (2012) e Rocha (2013), não há indícios de nenhuma publicação científica de Gomes de Souza entre 1858 e 1864, presumivelmente devido aos três mandatos como deputado, e ao fato de ainda estar lecionando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Acreditamos também que sua saúde possa ser levada em consideração. No entanto, tal fato não era incomum durante o período imperial, quando muitos estudiosos abandonaram suas carreiras para dedicar-se a política.

[10] Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=cCA-AAAAYAAJ&hl=pt-BR&source=gbs_book_other_versions

Figura 12: Frontispício da obra *Anthologie Universelle*



ANTHOLOGIE UNIVERSELLE

CHOIX

DES MEILLEURES POÉSIES LYRIQUES

DE DIVERSES NATIONS

DANS

LES LANGUES ORIGINALES

PAR

JOAQUIM GOMES DE SOUZA

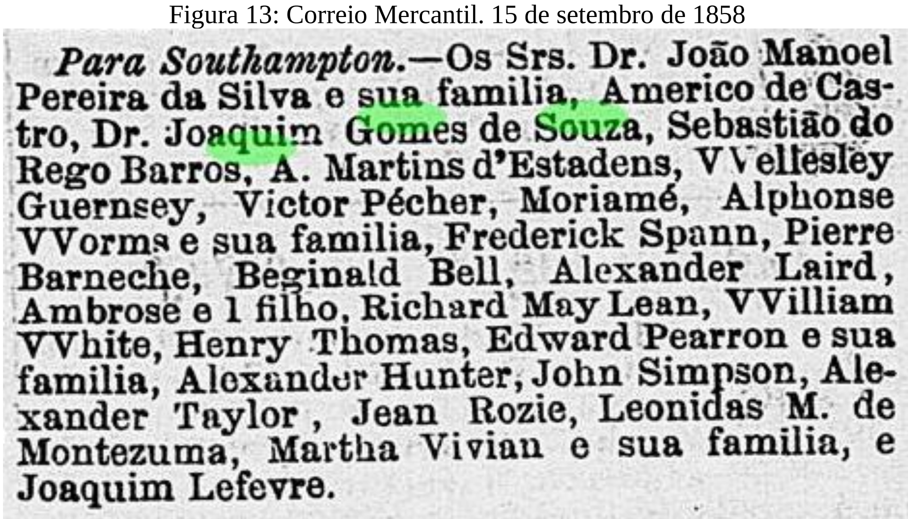
LEIPZIG

F. A. BROCKHAUS

1859

Fonte: Rocha, 2013

Figura 13: Correio Mercantil. 15 de setembro de 1858



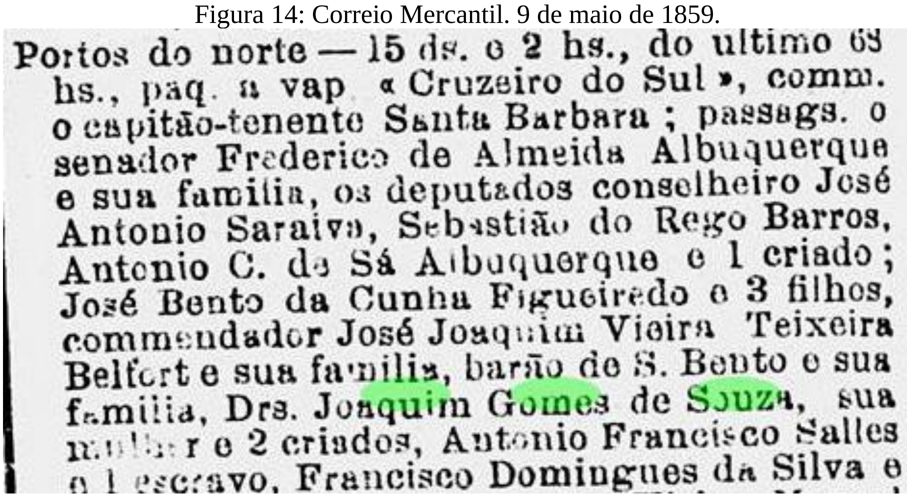
Para Southampton.—Os Srs. Dr. João Manoel Pereira da Silva e sua familia, Americo de Castro, Dr. Joaquim Gomes de Souza, Sebastião do Rego Barros, A. Martins d'Estadens, VVellesley Guernsey, Victor Pécher, Moriamé, Alphonse VVorms e sua familia, Frederick Spann, Pierre Barneche, Beginald Bell, Alexander Laird, Ambrose e 1 filho, Richard May Lean, VVilliam VVhite, Henry Thomas, Edward Pearron e sua familia, Alexander Hunter, John Simpson, Alexander Taylor, Jean Rozie, Leonidas M. de Montezuma, Martha Vivian e sua familia, e Joaquim Lefevre.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital[11]

[11] Correio Mercantil. 15 de setembro de 1857. Disponível nos anexos, página 80. Disponível em: <http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=217280&pagfis=13778>

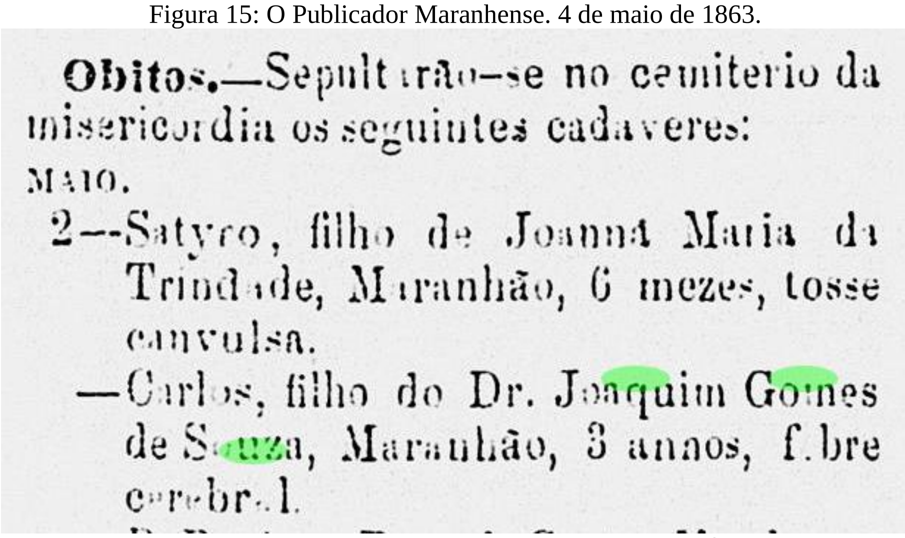
Segundo Leal (1874), em 1859, Gomes de Souza partiu do Rio de Janeiro para o Maranhão, pretendendo apresentar sua esposa aos parentes e reafirmar sua popularidade para obter novamente o título de parlamentar. Rosa morreu em 1860, e o filho do casal em 1863. Leal (1874) e Rocha (2013) apontam uma piora em seu estado de saúde após a volta ao Rio de Janeiro, tendo se retirado para uma área rural. Casou-se novamente, desta vez com uma brasileira, Paulina Guerra. Entretanto, como não apresentava melhora, decidiu viajar à Europa, em busca de tratamento médico, desembarcando em Southampton, cidade costeira situada no sul da Inglaterra. “A 8 de abril chegou a Southampton, mas tão debilitado de fôrças que foi de mister desembarcal-o em braços” (LEAL, 1874, p. 140).

Figura 14: Correio Mercantil. 9 de maio de 1859.


Portos do norte — 15 ds. e 2 hs., do ultimo 63 hs., paq. a vap. « Cruzeiro do Sul », comm. o capitão-tenente Santa Barbara; passags. o senador Frederico de Almeida Albuquerque e sua familia, os deputados conselheiro José Antonio Saraiva, Sebastião do Rego Barros, Antonio C. de Sá Albuquerque e 1 criado; José Bento da Cunha Figueiredo e 3 filhos, commendador José Joaquim Vieira Teixeira Belfort e sua familia, barão de S. Bento e sua familia, Drs. Joaquim Gomes de Souza, sua mulher e 2 criados, Antonio Francisco Salles e 1 escravo, Francisco Domingues da Silva e

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.[12]

Figura 15: O Publicador Maranhense. 4 de maio de 1863.


Obitos.—Sepultarão-se no cemiterio da misericordia os seguintes cadaveres:

MAIO.

2—Satyro, filho de Joanna Maria da Trindade, Maranhão, 6 mezes, tosse convulsa.

—Carlos, filho do Dr. Joaquim Gomes de Souza, Maranhão, 3 annos, febre cerebral.

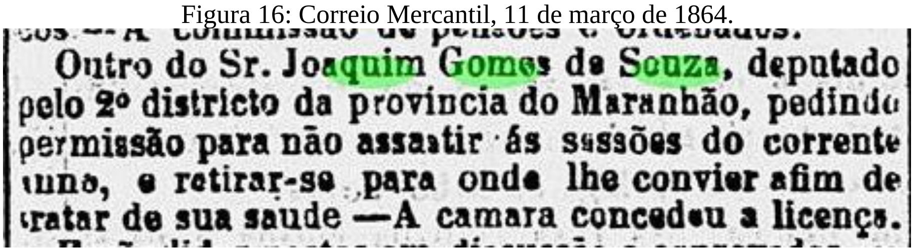
Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital[13]

[12] Correio Mercantil. 9 de maio de 1859. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=217280&pagfis=16138>

[13] O Publicador Maranhense. 4 de maio de 1863. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=720089&pagfis=14220>

Araújo (2012) e Rocha (2013) explicitam que a tuberculose foi a responsável por vitimar Gomes de Souza, na cidade de Londres. Leal (1874) data sua morte como 1 de junho de 1863; entretanto, D'Ambrosio (2004) afirma tratar-se de um erro, pois a data de sua morte é 1 de junho de 1864. De fato, ao pesquisar na Hemeroteca Digital, encontramos, no jornal Correio Mercantil de 11 de março de 1864, uma nota na qual a Câmara dos Deputados concede uma licença a Gomes de Souza, a fim deste tratar de sua saúde, além de uma nota, publicada no mesmo jornal em 8 de abril de 1864, na qual Gomes de Souza lamenta não poder despedir-se pessoalmente de seus amigos antes de partir para a Inglaterra. Essas notícias corroboram a afirmação de D'Ambrosio e, além disso, se Gomes de Souza realmente deixou, em 8 de abril, o Brasil, é improvável que houvesse chegado à Inglaterra na mesma data.

Figura 16: Correio Mercantil, 11 de março de 1864.


Outro do Sr. Joaquim Gomes de Souza, deputado pelo 2º districto da provincia do Maranhão, pedindo permissão para não assistir ás sessões do corrente anno, e retirar-se para onde lhe convier afim de tratar de sua saude —A camara concedeu a licença.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.[14]

Figura 17: Correio Mercantil. 8 de abril de 1864.


O Dr. JOAQUIM Gomes de Souza, retirando-se hoje para a Europa, impossibilitado por sua molestia, não lhe foi possivel despedir-se pessoalmente de seus amigos, o que faz por meio deste. Sua senhora solicita de suas amigas desculpa pela mesma falta, attendendo á razão acima exposta.

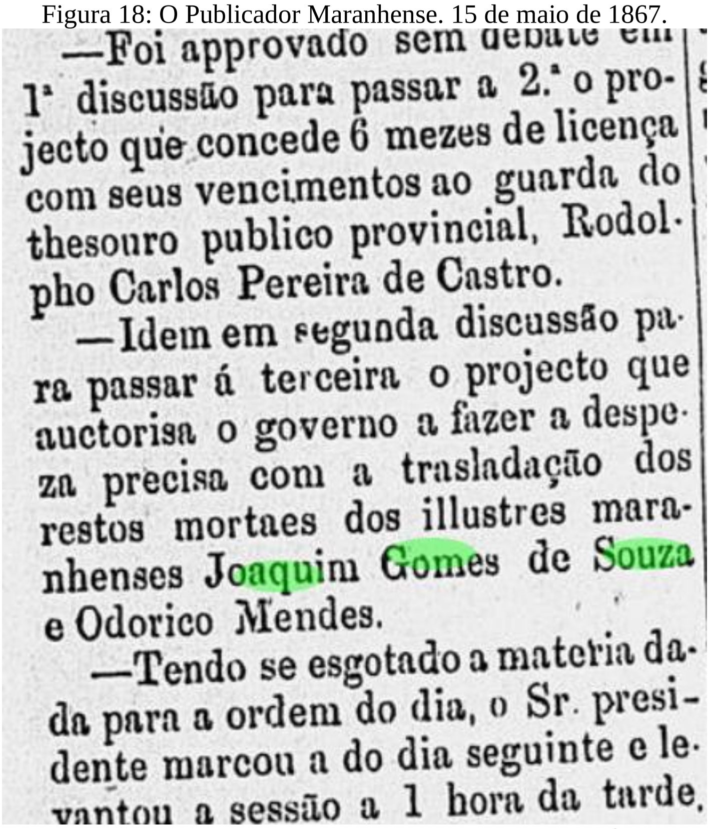
Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.[15]

Souza (1995) explicita que Gomes de Souza deixara alguns textos matemáticos na editora Brockhaus, a fim de serem impressos, durante sua primeira ida à Europa. Esses textos chegaram ao conhecimento da Assembleia Legislativa do Maranhão em 25 de abril de 1865, quando Joaquim Serra (1838-1888) pronunciou um discurso em honra à Gomes de Souza. Posteriormente, na sessão de 25 de julho de 1865, divulgou a existência do livro *Mélanges de Calcul Integral*. Em 1867, é aprovado um projeto de lei que translada os restos mortais de Gomes de Souza, bem como os de Manuel Odorico Mendes (1799-1864), para o Maranhão.

[14] Correio Mercantil. 11 de março de 1864. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=217280&pagfis=23076>

[15] Correio Mercantil. 8 de abril de 1864. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=217280&pagfis=23186>

Figura 18: O Publicador Maranhense. 15 de maio de 1867.



—Foi approvado sem debate em 1ª discussão para passar a 2.ª o projecto que concede 6 mezes de licença com seus vencimentos ao guarda do thesouro publico provincial, Rodolpho Carlos Pereira de Castro.

—Idem em segunda discussão para passar á terceira o projecto que auctorisa o governo a fazer a despeza precisa com a trasladação dos restos mortaes dos illustres maranhenses Joaquim Gomes de Souza e Odorico Mendes.

—Tendo se esgotado a materia dada para a ordem do dia, o Sr. presidente marcou a do dia seguinte e levantou a sessão a 1 hora da tarde.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital[16]

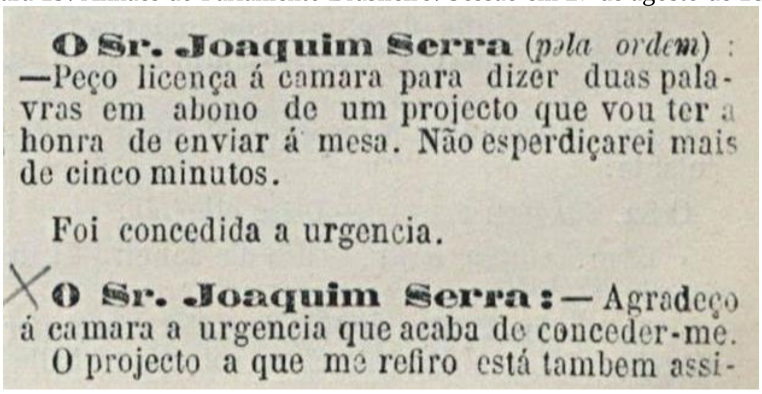
Em 1879, o deputado Joaquim Serra faz um discurso no Parlamento, transcrito, parcialmente, a seguir:

> **O Sr. Joaquim Serra** (pela ordem): - Peço licença á camara para dizer duas palavras em abono de um projecto que vou ter a honra de enviar de enviar á mesa. Não esperdiçarei mais de cinco minutos.
> Foi concedida a urgencia.
> **O Sr. Joaquim Serra:** - Agradeço á camara a urgencia que acaba de conceder-me.
> O projecto a que me refiro está tambem assignado por todos os meus companheiros de deputação. Infelizmente o mais humilde de todos elles (não apoiado) é quem se encarrega de fundamental-o.
> Entre os brasileiros notaveis, que prematumaramente desappareceram deste mundo, ocupa logar saliente o Dr. Joaquim Gomes de Souza (Apoiados). O paiz inteiro ainda se recorda dos triumphos acadêmicos do illustre maranhense, triumphos que começáram com aquelles assombrosos exames vagos de todo o curso de mathematicas até a conquista de um logar no corpo docente da academia, logar que que elle exerceu com maximo brilhantismo.
> O Sr. Buarque de Macedo: - Deixou um nome imorredouro no paiz.
> O Sr, Joaquim Serra: - O Dr. Gomes de Souza, entre muitas memorias que escreveu, entregou ao prelo nos ultimos annos da sua vida varios trabalhos sobre mathematicas puras, sendo alguns delles de notavel valia. Sobre taes memorias, assim se exprimia elleem carta datada de 2 de Fevereiro de 1857: «Os meus negocios em Pariz ainda não estão decididos. A *sociedade real de Londres* só imprimirá a minha memoria mais tarde, porque os trabalhos apresentados são impressos por ordem de antiguidade. Entretanto ella já deu um juizo muito favorável, que F... levou para o Rio de Janeiro. Já o viste? Não podendo mais esperar, eu vou, no princípio de Março, imprimir a memoria á minha custa, e então entregal-a ao juizo da Europa inteira. Eu conto no

[16] O Publicador Maranhense. 15 de maio de 1867. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=720089&pagfis=18388>

mez seguinte dar á impressão os primeiros cadernos do meu trabalho sobre as leis dos tres reinos da natureza, em que exponho o mecanismo do universo e as leis geraes que o governam.»
Com effeito nesse mesmo anno o Dr. Gomes de Souza mandou o seu trabalho para Leipsig, confiando-o ao editor Brockhaus, e occupava-se em rever as ultimas provas dessas memorias quando a morte vein sorprendel-o. Morto o Dr. Gomes de Souza, poucas pessoas sabiam da existencia da obra e algumas duvidavam até que ella estivesse entregue aos prelos. Entretanto fomos sorprendidos, ha dous annos, com a noticia de que o edictor havia escripto para esta cidade, communicando que o trabalho estava muito adiantado, ou quasi concluido, porém que seria abandonado si ninguem se apresentasse a resgatal-o (SERRA e MACEDO, 1879, p. 218).

Figura 19: Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 27 de agosto de 1879.



O Sr. Joaquim Serra (*pela ordem*) : —Peço licença á camara para dizer duas palavras em abono de um projecto que vou ter a honra de enviar á mesa. Não esperdiçarei mais de cinco minutos.

Foi concedida a urgencia.

O Sr. Joaquim Serra :— Agradeço á camara a urgencia que acaba de conceder-me. O projecto a que me refiro está tambem assi-

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca digital.[17]

O discurso de Joaquim Serra inicia enumerando alguns dos feitos de Gomes de Souza, para, em seguida, discorrer sobre os trabalhos que deixara para publicação na editoria Brockhaus, em Leipzig. Comenta então sobre uma carta de Gomes de Souza, na qual esse afirma ter enviado suas memórias a *Royal Society*; aparentemente, seus envios ainda não haviam sido publicados na data de envio da carta, entretanto duas memórias foram publicadas nos *Proceedings* da *Royal Society* no mesmo ano[18]. Quanto a dizer que seus negócios em Paris ainda não estavam decididos, provavelmente referia-se à resposta da *Académie des Sciences* a seus trabalhos, que foi dada também em 1857, julgando-os muito longos para publicação nos *Comptes-Rendus*. Decide então, por conta própria, enviar os trabalhos para impressão, mas falece antes que o processo estivesse concluído. A editora então envia um comunicado, questionando o interesse do parlamento em concluir a impressão e publicação da obra.

Continuando seu discurso, Serra (1879, p. 218) afirma que:

Ora si a camara souber que se trata de uma pequena quantia de 5:000$[19] para rehaver esta memoria dará razão ao pedido, que vou fazer por meio deste projecto. Mas para

---

[17] Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 27 de agosto de 1879. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=132489&pagfis=66351>

[18] O primeiro, intitulado *On the determination of unknown functions which are involved under definite integrals*, está disponível em: < https://doi.org/10.1098/rspl.1856.0041>. O segundo, intitulado *Addition to a memoir on the determination of unknown functions that are evolved under definite integrals*, está disponível em: <https://doi.org/10.1098/rspl.1856.0097>.

[19] Equivaleria, mediante uma conversão hipotética, R$ 125,00. Disponível em: <https://www.diniznumismatica.com/p/conversao-de-reis-para-o-real.html>

> que possa avaliar da importancia da obra, eu peço licença para ler uma carta que foi dirigida por um distincto professor de mathematicas, e essa carta supprirá as faltas da minha desautorizada palavra (Não apoiados). A carta é do Dr. Benjamin Botelho de Magalhães.
> O Sr. Buarque de Macedo: - E' muito competente.
> O Sr. Joaquim Serra: - Disse elle(lê):
> «Exm. amigo e Sr. – Rio de Janeiro 21 de Agosto de 1879.
> «Tendo-me V. Ex. pedido que lhe désse por escripto alguns esclarecimentos sobre o trabalho relativo á analyse transcendente do eminente mathematico brazileiro, o fallecido Dr. Joaquim Gomes de Souza, venho hoje por meio desta satisfazer aquelle seu pedido, sentindo que V. Ex. não se houvesse dirigido a pessoas mais competentes para o bom desempenho desta missão.
> «Esse trabalho, de que pude obter emprestado por alguns dias, o unico exemplar existente nesta côrte, comprehende as seguintes memórias:
> «1ª – Integração geral das equações differenciaes de qualquer ordem.
> «2ª – Determinação das constantes que nos problemas de physica mathematica entram nas integraes das equações differenciaes parciaes em funcção do estado inicial do systema.
> «3ª – Demonstração de alguns theoremas geraes para a comparação de nossas [sic] funções transcententes.
> «4ª – Sobre – Um theorema de calculo – integral, e suas applicações a á solução dos problemas de physica mathematica.
> «5ª – Sobre a analogia entre as equações differenciaes lineares e as questões algebricas ordinarias.
> «No pouco tempo de que podia dispôr não não me era possivel entrar no desenvolvimento, e na verificação dos longos e peniveis calculos relativos a diversas memorias acima indicadas.
> « Habituado porém a admirar aquelle genio eminente, que tive a honra de contar entre os meus venerandos mestres na antiga escola militar, hoje polytechnica, li apressada e avidamente o seu importantissimo trabalho, afim de ter delle ao menos uma primeira ideia geral; e a cada pagina que percorria com crescente rapidez naquella rapida leitura a minha admiração subia de ponto.

Em seguida, Serra explicita a quantia que teria de ser dispendida para concluir a publicação da obra, e lê então uma carta de Benjamin Botelho (1836-1891), também conhecido como Benjamin Constant, sobre o livro, ao qual esse teve acesso. Segundo Conde (2017), Benjamin Constant, assim como Gomes de Souza, possuía o grau de doutor em Ciências Matemáticas, além do título de professor, estando, à época, como diretor do Imperial Instituto dos Meninos Cegos. Lecionou também na Escola Normal do Rio de Janeiro, no Colégio Pedro II e na Escola Superior de Guerra. Militar, foi um dos articuladores da Proclamação da República no Brasil, participando também da guerra do Paraguai.

Como pode-se verificar, Benjamin Constant possuía certa experiência como professor, além do grau de doutor em Ciências Matemáticas; isso provavelmente levou Serra a buscar seu auxílio para defender o custeio da publicação do *Mélanges*. Na carta, adverte que não pôde verificar todos os cálculos presentes na obra, mas que seu conteúdo, sob um primeiro olhar, parece-lhe muito interessante, além de citar que Gomes de Souza fora seu professor na Escola Militar. Após a leitura da carta, temos o resultado do projeto:

Figura 20: Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 27 de agosto de 1879.

gnado por todos os meus companheiros de deputação. Infelizmente o mais humilde de todos elles (*não apoiados*) é quem se encarrega de fundamental-o.

Entre os brasileiros notaveis, que prematuramente desappareceram deste mundo, occupa logar saliente o Dr. Joaquim Gomes de Souza (*Apoiados*). O paiz inteiro ainda se recorda dos triumphos academicos do illustre maranhense, triumphos que começáram com aquelles assombrosos exames vagos de todo o curso de mathematicas até á conquista de um logar no corpo docente da academia, logar que elle exerceu com o maximo brilhantismo.

O Sr. Buarque de Macedo :—Deixou um nome immorredouro no paiz.

O Sr. Joaquim Serra :—O Dr. Gomes de Souza, entre muitas memorias que escreveu, entregou ao prelo nos ultimos annos da sua vida varios trabalhos sobre mathematicas puras, sendo alguns delles de notavel valia. Sobre taes memorias assim se exprimia elle, em carta datada de 2 de Fevereiro de 1857 :

« Os meus negocios em Pariz ainda não estão decididos. A *sociedade real de Londres* só imprimirá a minha memoria mais tarde, porque os trabalhos apresentados são impressos por ordem de antiguidade. Entretanto ella já deu um juizo muito favoravel, que F... levou para o Rio de Janeiro. Já o viste ? Não podendo mais esperar, eu vou, no principio de Março, imprimir a memoria á minha custa, e então entregal-a ao juizo da Europa inteira. Eu conto no mez seguinte dar á impressão os primeiros cadernos do meu trabalho sobre as leis dos tres reinos da natureza, em que exponho o mecanismo do universo e as leis geraes que o governam. »

Com effeito nesse mesmo anno o Dr. Gomes de Souza mandou o seu trabalho para Leipsig, confiando-o ao editor Brockhaus, e occupava-se em rever as ultimas provas dessas memorias quando a morte veiu sorprendel-o. Morto o Dr. Gomes de Souza, poucas pessoas sabiam da existencia da obra e algumas duvidavam até que ella estivesse entregue aos prelos. Entretanto fomos sorprendidos, ha dous annos, com a noticia de que o editor havia escripto para esta cidade, communicando que o trabalho estava muito adiantado, ou quasi concluido, porém que seria abandonado si ninguem se apresentasse a resgatal-o.

Ora si a camara souber que se trata de uma pequena quantia de 3:000$ para rehaver esta memoria dará razão ao pedido, que vou fazer por meio deste projecto. Mas para que possa avaliar da importancia da obra, eu peço licença para ler uma carta que foi dirigida por um distincto professor de mathematicas, e essa carta supprirá as faltas da minha desautorizada palavra (*Não apoiados*). A carta é do Dr. Benjamin Botelho de Magalhães.

O Sr. Buarque de Macedo:— E' muito competente.

O Sr. Joaquim Serra :— Disse elle (*lê*) :

« Exm. amigo e Sr.— Rio de Janeiro 21 de Agosto de 1879.

« Tendo-me V. Ex. pedido que lhe désse por escripto alguns esclarecimentos sobre o trabalho relativo á analyse transcendente do eminente mathematico brazileiro, o fallecido Dr. Joaquim Gomes de Souza, venho hoje por meio desta satisfazer aquelle seu pedido, sentindo que V. Ex. não se houvesse dirigido a pessoas mais competentes para o bom desempenho desta missão.

« Este trabalho, de que pude obter emprestado por alguns dias, o unico exemplar existente nesta côrte, comprehende as seguintes memorias :

« 1.ª — Integração geral das equações differenciaes de qualquer ordem.

« 2.ª — Determinação das constantes que nos problemas de physica mathematica entram nas integraes das equações differenciaes parciaes em funcção do estado inicial do systema.

« 3.ª — Demonstração de alguns theoremas geraes para a comparação de nossas funcções transcendentes.

« 4.ª — Sobre—Um theorema de calculo— integral, e suas applicações á solução dos problemas de physica mathematica.

« 5.ª — Sobre a analogia entre as equações differenciaes lineares e as questões algebricas ordinarias.

« No pouco tempo de que podia dispôr não me era possivel entrar no desenvolvimento, e na verificação dos longos e peniveis calculos relativos a diversas memorias acima indicadas.

« Habituado porém a admirar aquelle genio eminente, que tive a honra de contar entre os meus venerandos mestres na antiga escola militar, hoje polytechnica, li apressada e avidamente o seu importantissimo trabalho, afim de ter delle ao menos uma primeira idéa geral ; e a cada pagina que percorria com crescente avidez naquella rapida leitura a minha admiração subia de ponto.

« Com effeito, nesse memoravel trabalho, a cada passo se revela um genio superior em plena posse da sciencia. Os assumptos sabiamente tratados comprehendem as mais elevadas, complexas e importantes questões da analyse transcendente das quaes dependem não somente o maior grão de aperfeiçoamento, que esta analyse comporta em seu dominio abstracto, como em todas as numerosas, variadas e utilissimas applicações, que constituem o seu vasto dominio. O calculo habilmente manejado alli se apresenta em todo seu gigantesco desenvolvimento, realizando suas condições nas elevadas regiões da sciencia, onde em identicas e tão ousadas tentativas naufragaram os mais vigorosos talentos mathematicos, que têm honrado a sciencia e a humanidade.

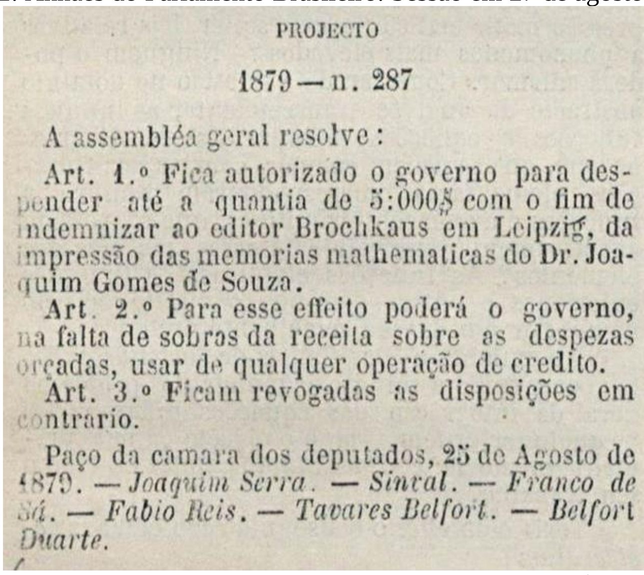
« O que porém a meu vêr dá a este trabalho um cunho especial do mais subido valor não é simplesmente a opulenta illustração mathematica que em todo elle se revela, sufficiente por si só para dar ao seu autor incontestavel direito a um logar distincto entre os analystas de primeira ordem ; é tambem e principalmente o profundo sentimento do alto destino encyclopedico da sciencia mathematica.

« O Dr. Joaquim Gomes de Souza inspirado por seu entranhado amor ao estudo das sciencias physicas, naturaes e sociaes teve a rara felicidade de compenetrar-se bem de que sómente a sciencia mathematica póde convenientemente dis-

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

A assembléa geral resolve:
Art. 1º. Fica autorizado o governo para despender a quantia de até 5:000$ a fim de indemnizar ao editor Brockhaus em Leipzig, da impressão das memorias mathematicas do Dr. Joaquim Gomes de Souza.
Art. 2º. Para esse effeito poderá o governo, na falta de sobras da receita sobre as despesas orçadas, usar de qualquer operação de credito.
Art. 3º. Ficam revogadas as disposições em contrario.
Paço da câmara dos deputados, 25 de agosto de 1879. – Joaquim Serra – Sinval – Franco de Sá – Fabio Reis – Tavares Belfort – Belfort Duarte.

Figura 21: Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 27 de agosto de 1879.


PROJECTO

1879 — n. 287

A assembléa geral resolve:

Art. 1.º Fica autorizado o governo para despender até a quantia de 5:000$ com o fim de indemnizar ao editor Brochkaus em Leipzig, da impressão das memorias mathematicas do Dr. Joaquim Gomes de Souza.

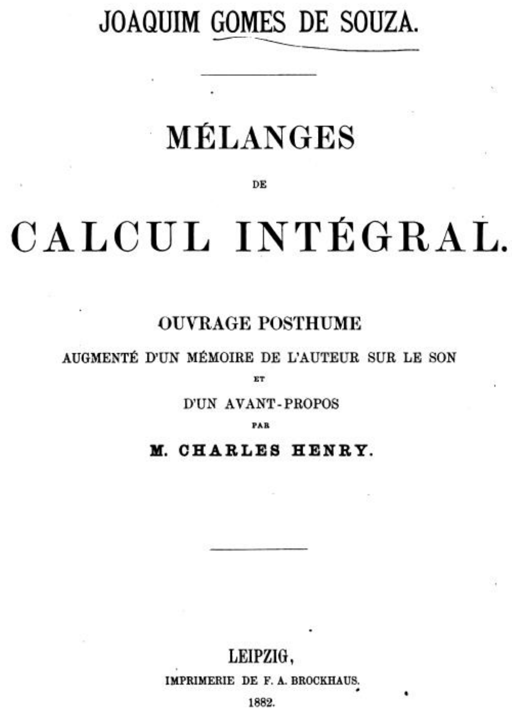
Art. 2.º Para esse effeito poderá o governo, na falta de sobras da receita sobre as despezas orçadas, usar de qualquer operação de credito.

Art. 3.º Ficam revogadas as disposições em contrario.

Paço da camara dos deputados, 25 de Agosto de 1879. — *Joaquim Serra*. — *Sinval*. — *Franco de Sá*. — *Fabio Reis*. — *Tavares Belfort*. — *Belfort Duarte*.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.[20]

Figura 22: frontispício do *Mélange de Calcul Integral*


JOAQUIM GOMES DE SOUZA.

MÉLANGES

DE

CALCUL INTÉGRAL.

OUVRAGE POSTHUME

AUGMENTÉ D'UN MÉMOIRE DE L'AUTEUR SUR LE SON

ET

D'UN AVANT-PROPOS

PAR

M. CHARLES HENRY.

LEIPZIG,

IMPRIMERIE DE F. A. BROCKHAUS.

1882.

Fonte: Souza, 1882

[20] Annaes do Parlamento Brasileiro. Sessão em 27 de agosto de 1879. Disponível em: <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=132489&pagfis=66352>

Souza (1995) explica que, apesar da aprovação em 1879 pela câmara, somente em 1881 o Barão de Jauru, diplomata brasileiro em Berlim, foi encarregado de efetuar o pagamento da devida quantia. Também solicitou a Charles Henry, à época bibliotecário da Sorbonne, que se encarregasse do prefácio da obra; Henry, que conhecia Gomes de Souza, assim o fez. O barão também requisitou a Édouard Lucas que revisasse os cálculos presentes na obra, também sendo atendido. Além disso, sobre o discurso de Botelho sobre a obra, Souza ressalta que este apresenta diversos elogios à Gomes de Souza, de forma semelhante à de Leal.

Não era incomum que obras dessa época recorressem ao enaltecimento de figuras nacionais. Rocha (2013, p. 54) chama atenção para esse fato:

> É inegável que após tornar-se independente o país precisava se afirmar perante o mundo como uma nação rica e forte cultural, intelectual, política, administrativa, econômica e cientificamente. Era imperioso, nesse momento em que o Brasil começava a se solidificar como nação e buscava estabilidade política, demonstrar de todas as formas possíveis ao mundo que tínhamos a capacidade de constituir uma nação em todos os aspectos.

Entretanto, não apenas o enaltecimento fez parte de discursos sobre Gomes de Souza. Frederico José Correia (1817-1881) escreveu uma obra intitulada “Um livro de Críticas”, na qual exprime sua discordância em relação a algumas personalidades brasileira, incluindo Gomes de Souza. Correia (1878) dirige suas críticas especialmente a biografia deste exposta no “Pantheon Maranhense” de Leal (1874), expressando sua indignação com o tratamento dado a Gomes de Souza como um “gênio” brasileiro. Questiona também os documentos matemáticos deixados por Gomes de Souza, alegando que estes nada provam sobre sua inteligência.

Correia (1878) critica também a “*Anthologie Universelle*”, afirmando que um compilado de poesias não é digno de mérito, especialmente pois não acreditava que o autor soubesse todas as línguas presentes no livro, além de acusar a falta de poetas provenientes da América, exceto pelo Brasil, e do Oriente, bem como a de diversos poetas dos países contemplados. Também expõe dúvidas sobre a obra perdida de Gomes de Souza, citada tanto por Leal (1874) quanto por D’Ambrosio (2004). Conclui expondo sua opinião sobre Gomes de Souza:

> O dr. Souza, que n’outros paizes onde abundão os grandes talentos e os verdadeiros sábios, não passaria de uma vulgaridade, foi entre nós um talento fora do commum, de mui facil comprehensão, de uma intuição clara e methodica, tanto na synthese como na analyse. [...].
> Enquanto elle se limitasse á ler e á aprender, tudo iria bem; mas, logo que elle quisesse ultrapassar essa deveza imposta ao seu entendimento e entrar no mundo das creações, ahi estava o talento á fraquear-lhe e á revelar sua incapacidade, cahindo no vago, no imaginario e no indefinido. (CORREIA, 1878, p. 148-149)

A partir do discurso de Correia (1878), é possível perceber que, apesar de algumas obras trazerem enaltecimentos ao nome de Gomes de Souza, nem todos concordavam com tal ponto de vista. Suas críticas dirigiam-se, principalmente, à biografia apresentada no Pantheon Maranhense, de autoria de Leal (1874); de fato, tal obra exagera alguns dos fatos relatados na biografia. Araújo (2012) esclarece que a desaprovação de Correia não parte de alguma desavença pessoal com Gomes de Souza, ou ainda com Leal, mas sim de uma revolta com a situação política e cultural do país.

A partir do que foi apresentado nesse capítulo esperamos haver contextualizado, ainda que de forma breve, a vida de Joaquim Gomes de Souza. Nos apoiamos, sempre que possível, em mais de uma fonte para fazê-lo, de modo a lançar um olhar crítico sobre o que já se encontra publicado sobre este. Não realizamos nenhum julgamento de valor; não é nossa pretensão alçá-lo ao patamar de sábio como Leal, nem julgá-lo charlatão como Correia. Nossa pretensão foi apenas relatar alguns pontos da vida de Gomes de Souza os quais julgamos importantes para compreensão da nossa pesquisa. No próximo capítulo, traremos a tradução de algumas partes da obra póstuma *Mélanges de Calcul Integral*, onde vertemos, do francês para o português, trechos da obra que pudessem auxiliar na análise desta.

4. Uma tradução de partes do livro Mélanges de Calcul Integral

Iniciaremos, neste capítulo, a tradução de algumas partes do primeiro capítulo da obra *Mélanges de Calcul Integral*. A obra possui ao todo 280 páginas divididas em 9 capítulos, além do prefácio e errata. O primeiro capítulo compõe 70 páginas, e está dividido em 56 seções[21]. Cada um destes capítulos versa sobre diferentes temas, por consistirem em expansões de artigos e, como já explicitado, há comprovação que pelo menos três destes foram apresentados à *Académie des Sciences*.

Escolhemos apresentar a tradução de 4 seções do primeiro capítulo, organizada em duas colunas, onde a coluna da esquerda consiste na obra transcrita, e a coluna da direita, a tradução feita por nós. Optamos por iniciar cada seção em uma nova página, auxiliando assim na organização do texto em duas colunas. Deixamos as notas de rodapé do texto original como notas de rodapé em nosso texto; as originais, na coluna esquerda e as traduzidas na direita, assim como efetuado para o corpo do texto. As fórmulas também foram incluídas nas respectivas colunas; buscamos mantê-las compreensíveis na medida do possível. Caso estas ainda pareçam confusas, pode-se consultar a lista de fórmulas no anexo da dissertação. O sumário constitui uma exceção à essa regra, pois sua leitura mostrava-se confusa quando situada em duas colunas.

4.1 Título da obra

Para a tradução do título, adotamos “Memórias de Cálculo Integral”. Optamos por esse título para se aproximar do que a obra representa, pois, traduzida literalmente, a palavra *mélanges* significa mistura ou miscelânea. Mesmo que tais palavras coubessem no título, já que esse corresponde a um compilado de artigos, a palavra memórias em português se assemelha mais a esse tipo de publicação do que os significados literais, e por isso adotamos essa grafia para a titulação da obra. Além disso, o dicionário Larousse afirma que *mélanges* pode significar: “livro composto por vários artigos e oferecido em homenagem a um professor por seus colegas e seus discípulos.” (*LAROUSSE*, tradução nossa)

[21] Ambas as denominações “capítulo” e “seção” não estão presentes na obra original, sendo nomenclaturas adotada pelos autores para fins de organização.

4.2 Capa, contracapa e folha de rosto

HARVARD SCIENCE CENTER LIBRARY	**BIBLIOTECA CENTRAL DE CIÊNCIAS DE HARVARD**
Bought from the income of the fund bequeathed by	**Comprado com a receita do fundo herdado por**
Peter Paul Francis Degrand	**Peter Paul Francis Degrand**
(1785-1855)	(1785-1855)
of Boston	**de Boston**
For French works and periodicals on the exact sciences and on chemistry, astronomy and other sciences applied to the arts and navigation	Para trabalhos e artigos franceses sobre ciências exatas e de química, astronomia e outras ciências aplicadas às artes e à navegação
MÉLANGES DE CALCUL INTEGRAL	**MEMÓRIAS DE CÁLCULO INTEGRAL**

Joaquim Gomes de Souza	**Joaquim Gomes de Souza**
MÉLANGES DE CALCUL INTEGRAL	**MEMÓRIAS DE CÁLCULO INTEGRAL**
Ouvrage posthume	Obra póstuma
augmenté d'un mémoire de l'auteur sur le son	ampliada de uma memória pertencente ao autor
et	e
d'un avant-propos	por um prefácio
par	por
M. Charles Henry	**Charles Henry**
LEIPZIG	LEIPZIG
Imprimerie de F. A. Brockhaus	Editora F. A. Brockhaus
1882	1882

4.3 Prefácio

AVANT-PROPOS

SUR L'AUTEUR.[22]

Pour la plupart des savants la vie n'est qu'un long raisonnement. Ils ne connaissent ni les séductions du monde, ni les enivrements de l'art, ni les généreuses utopies. Une date, quelques titres de travaux et de fonctions, puis une autre date et leur histoire est faite. Leur vie est tellement un désert que l'on est parfois tenté de maudire la passion qui les a desséchés.

Il n'en est pas de même de l'éminent géomètre dont nous publions aujourd'hui l'œuvre posthume: Joaquim Gomes de Souza attache à la fois par l'œuvre et la personnalité.

Né au Brésil, le 15 février 1829, dans la province de Maranhão, où son père, le major Ignacio José de Souza, possédait des propriétés, il manifesta dès la plus tendre enfance un goût décidé pour les études psychologiques et physiques.

PREFÁCIO

SOBRE O AUTOR.[23]

Para a maioria dos eruditos, a vida não é mais que um longo raciocínio. Eles não conhecem nem as seduções do mundo, nem a grandeza da arte, nem as generosas utopias. Uma data, uns poucos títulos de trabalhos e de encargos, em seguida outro e sua história está pronta. A vida deles é tão deserta que por vezes somos tentados a amaldiçoar a paixão que as ressecou.

Não se pode dizer o mesmo do eminente geômetra do qual nossa publicação hoje é uma obra póstuma: Joaquim Gomes de Souza, apegado tanto a sua obra quanto à sua imagem.

Nascido no Brasil, em 15 de fevereiro de 1829, na província do Maranhão, na qual seu pai, o major Ignácio José de Souza, latifundiário, manifesta desde a mais tenra infância um gosto decisivo pelos estudos psicológicos e físicos.

[22] Ces pages ont été rédigées sur les quelques documents qui nous ont été gracieusement communiqués par M. le Baron de Jaurú, Ministre du Brésil, à Berlin. D'autre part, M. Edouard Lucas, professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis, a bien voulu revoir nombre de calculs et combler quelques lacunes.

[23] Essas páginas foram redigidas em torno de documentos que nos foram graciosamente divulgados pelo Barão de Jaurú, Ministro do Brasil em Berlim. Também, Edouard Lucas, professor de matemáticas especiais no Lycée Saint-Louis, de bom grado revisou os cálculos e cobriu algumas lacunas.

Malheureusement sa famille le destinait à la carrière des armes et il dut, sans la moindre vocation, s'enrôler comme cadet après avoir fréquenté pendant un an l'École militaire. Ce fut pour le jeune savant un supplice, mais un supplice qui ne dura pas longtemps; ne pouvant supporter les fatigues du métier, enfin il obtint de son père la permission de se consacrer à la médecine.

En 1844, il entra donc à l'École de Rio de Janeiro. Comme on pouvait s'y attendre, il y brilla d'un talent hors ligne. Cependant il étudiait en même temps les mathématiques et avec une telle ardeur qu'après avoir passé brillamment les épreuves de l'école de médecine, il demandait à subir l'examen d'ingénieur. Son succès fut aussi éclatant.

Ce n'est pas tout. Ingénieur et médecin, il adorait l'art et non pas seulement l'art d'un pays, une littérature de quelques clochers, mais la littérature sous toutes ses formes et dans toute son universalité. Plus tard dans la préface d'un livre, sur lequel nous reviendrons, il débutait ainsi: «Avec le progrès croissant de la civilisation et l'étendue qu'ont prise nos connaissances, il s'est établi un tel lien de fraternité entre les nations qu'il n'y a plus personne qui puisse se contenter de la littérature de son propre pays et qui, en franchissante les limites physiques du lieu

Infelizmente, sua família o destinou à carreira militar e ao dever e, mesmo sem a menor vocação, alistou-se como cadete depois de haver frequentado a Escola Militar durante um ano. Era para o jovem erudito um suplício, mas um suplício que não durou muito tempo. Não podendo suportar as fadigas do ofício, enfim obteve de seu pai a permissão de consagrar-se à medicina.

Em 1844, finalmente adentra a Escola do Rio de Janeiro, onde brilha com um talento excepcional. Contudo, estudava ao mesmo tempo as matemáticas e com tal ardor que após haver, brilhantemente, passado nos testes da escola de medicina, solicitou que fosse submetido ao exame de engenheiros. Seu sucesso foi, novamente, estrondoso.

Isso não é tudo. Engenheiro e médico, estimava a arte, não somente a arte de um país, ou uma literatura grosseira, mas sim literatura em todas as suas formas e dentre sua universalidade. Mais tarde, no prefácio de um livro, ao qual nos reportamos, começou dessa maneira: “Com o progresso crescente da civilização e na medida em que estendemos nossos conhecimentos, estabeleceu-se certa ligação de fraternidade entre as nações que não há mais ninguém que possa se contentar com a literatura de seu próprio país e que, qui l'a vu naître, ne s'efforce de cueillir dans d'autres climats ou sous d'autres cieux ces fleurs et ces fruits de l'arbre de la science que l'esprit humain a parsemés partout sur la terre comme traces de son origine divine. »

C'est dans les heures de loisir arrachées à ces fortes études qu'il acquit sur les monuments des littératures française, anglaise, allemande et italienne cette érudition dont il devait laisser le témoignage écrit.

En 1854, il vint en Europe: il y noua des amitiés illustres, reçut des éloges et quelques encouragements. Le Professeur Stokes présentait de sa part à la Société royale de Londres, dans la séance du 12 juin 1856, une courte note sur la détermination des fonctions inconnues qui rentrent sous le signe d'intégration définie. C'est le résumé rapide d'un mémoire qui avait été soumis le 18 juin 1855 à l'Académie des Sciences de Paris[24] et renvoyé à l'examen de MM. Liouville, Lamé et Bienaymé. La même commission, à laquelle fut adjoint M. Cauchy, eut aussi à juger un mémoire d'analyse mathématique et un opuscule sur le son, présentés le 16 juillet de la même année.[25]

cruzando os limites do lugar que o viu nascer, não se esforça para colher em outros climas ou sob outros céus as flores e os frutos da árvore da ciência que o espírito humano asperge por toda a Terra como traços de origem divina."

Era em suas horas de lazer, apartadas dos intensos estudos, que obtinha seus momentos de literatura francesa, inglesa, alemã e italiana, com sua erudição, sobre a qual deixaria um relato escrito.

Em 1854, veio à Europa: lá fez amizades ilustres, recebeu elogios e alguns encorajamentos. O professor Stokes, por sua vez, apresentou à Royal Society de Londres, durante a sessão de 12 de junho de 1856, uma curta nota sobre a determinação de funções incógnitas que se enquadram sob o sinal de integração definida. Este é o rápido resumo de uma memória que havia sido submetida em 18 de junho de 1855 à Academia de Ciências de Paris[26] e remetida à exame por Liouville, Lamé e Bienaymé. A mesma comissão, à qual foi adicionado Cauchy, também julgou uma memória de análise matemática e um opúsculo sobre o autor, apresentados em 16 de junho do mesmo ano.[27]

---

[24] Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, tome XL, 1810.

[25] Comptes-Rendus, XLI, 100. Ce mémoire d'analyse mathématique n'est pas différent du mémoire sur la théorie du son, dont il fait partie.

[26] Resumos da Academia de Ciências de Paris, tomo XL, 1310.

[27] Resumos, LXI, 100. Essa memória de análise matemática não é diferente da memória sobre o som, da qual faz parte.

Le 9 juin 1856, l'auteur était admis à lire une addition à son premier mémoire[28]; il ne put cependant, malgré ses sollicitations[29], obtenir, avant son départ de France, un rapport sur ses travaux. L'année suivante, il envoyait de Rio de Janeiro une refonte et un extrait de son premier ouvrage[30]: l'extrait fut jugé trop long pour trouver place dans les Comptes-Rendus; dès lors il n'y a plus trace de Gomes de Souza dans les publications de l'Académie.

Ces travaux, on les trouvera pour la plupart corrigés et complétés dans la présente publication. L'origine en a été retracée par l'auteur lui-même dans cette page qui est un morceau de haute philosophie: «Aimant par dessus toute autre chose les sciences qui ont pour objet l'étude de la nature, je me suis déterminé à étudier les mathématiques pour mieux les connaître. Mais quand on commence cette étude, on s'arrête à chaque instant devant les difficultés insurmontables qu'offre le calcul intégral.

Em 9 de junho de 1856, o autor fora admitido para ler uma adição à sua primeira memória[31]; contudo, apesar de suas solicitações[32], ele não pôde obter, antes de sua partida da França, um relatório sobre seus trabalhos. No ano seguinte ele envia, do Rio de Janeiro, uma reformulação e um extrato de sua primeira obra[33]: o extrato foi julgado demasiadamente longo para ser inserido nos relatórios; a partir de então não há mais traços de publicações de Gomes de Souza na Academia.

Esses trabalhos encontram-se, em sua maioria, corrigidos e completos na presente publicação. O original foi retraçado pelo próprio autor, estando presente nesta página e constituindo um fragmento de alta filosofia: "Por amar acima de todas as coisas as ciências que têm por objeto de estudo a natureza, eu estou determinado a estudar as matemáticas para melhor conhece-las. Mas quando comecei esse estudo, me detinha a todo instante devido às dificuldades insuperáveis presentes no cálculo integral.

[28] Comptes-Rendus, XLII, 1119.

[29] « M Gomes de Souza prie l'Académie de vouloir bien hâter le travail de la commission qui a été chargée de l'examen de ses diverses communications concernant des questions des questions d'analyse mathématique. M. de Souza devant prochainement quitter la France et probablement pour n'y plus revenir désire vivement obtenir sur ses travaux un jugement de l'Académie. » (Comptes-Rendus, XLIII, 168.)

[30] Comptes-Rendus, XLIV, 477.

[31] Resumos, XLII, 1119.

[32] "O Sr. Gomes de Souza pede à Academia, de bom grado, que apresse o trabalho da Comissão que está a cargo dos exames de suas diversas comunicações relativas a questões de análise matemática. O Sr. de Souza deve deixar a França logo, provavelmente para não mais voltar, e deseja vivamente obter um julgamento da Academia sobre seus trabalhos." (Resumos, XLIII, 168.)

[33] Resumos, XLIV, 477.

S'il y a pourtant quelque chose vraiment séduisante, c'est l'étude de cette branche d'Analyse. Voulez-vous connaître la théorie de la distribution de la chaleur à la surface des corps conducteurs? Vous vous arrêtez devant les obstacles que vous présente le calcul intégral. Voulez-vous connaître le mouvement de la chaleur dans l'intérieur des corps solides d'une figure quelconque? Voilà encore le calcul intégral qui vous oblige à vous arrêter presque au commencement de la carrière. Voulez-vous connaitre la propagation du mouvement à l'intérieur des corps? l'état vibratoire de leurs molécules? la théorie des marées? la figure des planètes qui s'éloignent sensiblement de la forme sphérique? la loi de variation de leurs densités, etc. etc.? Vous rencontrez le calcul intégral devant vous immense, impassible, insurmontable, résistant aux efforts combinés de tous les géomètres distingués de l'Europe dont pas un seul n'a pu s'empêcher de lutter au moins pour quelque temps corps à corps avec lui. Quand on voit toutes ces théories dépendant de ce calcul et ce calcul lui-même réduit à un seul problème, il y a quelque chose qui vous pousse, qui vous entraîne presque malgré vous-même.»

Cet unique et important problème de trouver l'intégrale d'une équation différentielle quelconque fait l'objet du premier mémoire.

Se há, portanto, alguma coisa realmente encantadora, é o estudo deste ramo da Análise. Você gostaria de conhecer a teoria da distribuição do calor sobre a superfície de corpos condutores? Irá se deparar diante dos obstáculos apresentados pelo cálculo integral. Você gostaria de conhecer o movimento do calor no interior dos corpos sólidos de uma figura qualquer? Eis novamente o cálculo integral que lhe obriga a parar quase no começo dessa atividade. Você gostaria de conhecer a propagação do movimento no interior dos corpos? O estado vibratório de suas moléculas? A teoria das marés? A figura dos planetas que se distanciam significativamente da forma esférica? A lei de variação de suas densidades etc. etc.? Você encontra o cálculo integral diante de si, imenso, impassível, insuperável, resistente aos esforços combinados de todos os geômetras distintos da Europa, dos quais nenhum pôde evitar de lutar, ao menos por algum tempo, corpo a corpo com este. Quando se vê todas essas teorias dependentes desse cálculo e esse próprio cálculo reduzido a um só problema, há alguma coisa que lhe impele, que o leva quase que contra sua vontade.”

Esse único, e importante, problema de encontrar a integral de uma equação diferencial qualquer se torna o objeto da primeira memória.

Tous les autres, un seul excepté, ne sont que des développements, des éclaircissements ou des applications de ce premier travail, applications qui, dans la pensée de l'auteur, devaient dépasser les limites de ce recueil, puisqu'on n'y rencontre pas par exemple un Mémoire sur l'état de vibration des corps, auquel il est renvoyé p. 163 du présent ouvrage. L'avant-dernier opuscule intitulé: Sur l'analogie entre les équations différentielles linéaires et les équations algébriques ordinaires est un développement des idées que Libri[34] a exposées sur ce sujet dans le journal de Crelle[35] et dans le Journal de Liouville.

On n'attend sans doute pas de l'éditeur une critique en règle de ces travaux. Une compétence éprouvée par de longues recherches de physique mathématique pourrait seule se permettre un jugement et encore devrait-elle apporter à ses appréciations une extrême circonspection. Qui mieux que MM. Liouville et Lamé pouvait formuler sur cet œuvre un avis définitif? Nous laisserons donc au lecteur le soin de juger, nous contentant de quelques observations de forme.

Le style n'est pas sans défauts. Il y a des inversions un peu hardies pour la langue mathématique et

[34] X, 167.
[35] I, 10

Todas as outras, com uma única exceção, não são mais que desenvolvimentos, esclarecimentos ou aplicações de seu primeiro trabalho; aplicações que, dentro dos pensamentos do autor, deveriam ultrapassar os limites de sua coletânea, porque não estava lá, por exemplo, a Memória sobre o estado de vibração dos corpos, a qual foi alocada na página 163 da presente obra. O penúltimo opúsculo intitulado: Sobre a analogia entre as equações diferenciais lineares e as equações algébricas ordinárias é um desenvolvimento das ideias que Libri[36] expôs sobre o assunto no Jornal de Crelle[37] e no Jornal de Liouville.

Sem dúvidas, não se espera do editor uma crítica formal a seus trabalhos. Uma competência atestada por longas pesquisas de física-matemática poderia, sozinha, permitir um julgamento e novamente deveria trazer à sua apreciação uma extrema circunspecção. Quem, melhor que Liouville e Lamé, poderia formular sobre sua obra um parecer definitivo? Deixamos, portanto, ao leitor o trabalho de julgar, e nos contentamos com a observação dessa forma.

Seu estilo não é indefectível. Há inversões um pouco audaciosas para a linguagem matemática e,

[36] X, 167.
[37] I, 10.

après les formules sont bien souvent rejetées des explications qui seraient, pour le lecteur, mieux placées devant l'équation. On peut noter aussi une certaine inexpérience des conventions de langage (par exemple, des constantes prises à volonté remplacent partout dans les premières feuilles l'expression consacrée de constantes arbitraires), enfin des incorrections philologiques, toutes fautes qui nuisent bien rarement à l'intelligence du texte et qui seront d'ailleurs corrigées pour la plupart dans l'Errata.

Ces années 1857-1858 marquent une période singulièrement active de la vie de notre savant. Tout en préparant la publication de ses mémoires scientifiques, il professait à la Faculté de Mathématiques de Rio de Janeiro et siégeait comme député à l'Assemblée générale législative. Ici et là comme ailleurs se distinguant, il prononçait dans le cours des deux sessions parlementaires de remarquables discours sur les questions scientifiques, économiques et législatives. Ces discours ont été imprimés dans les Annales du parlement brésilien; on nous permettra de renvoyer à ce recueil que nous n'avons pu consulter.

C'est également de Rio de Janeiro qu'il faisait paraitre, en 1859, à Leipzig[38], sous le titre d'*Anthologie universelle,*

[38] Chez F. A. Brockhaus

também, as fórmulas são, em muitos casos, isentas de explicações que seriam, para o leitor, melhores se colocadas antes da equação. Notamos assim uma certa inexperiência sobre as convenções de linguagem (por exemplo, constantes tomadas de qualquer maneira substituindo, nas primeiras folhas, a consagrada expressão constantes arbitrárias), afinal das incorreções filológicas todas as falhas, ainda que escassas, que prejudiquem a compreensão do texto, estarão corrigidas, em sua maior parte, na Errata.

Os anos de 1857-1858 marcam um período singularmente ativo da vida de nosso erudito. Enquanto prepara a publicação de suas memórias científicas, lecionava na Faculdade de Matemáticas do Rio de Janeiro e tinha um assento de deputado na Assembleia geral legislativa. Se distinguindo em ambos, pronuncia, durante duas sessões parlamentares, notáveis discursos sobre questões científicas, econômicas e legislativas. Esses discursos foram impressos nos anais do parlamento brasileiro; nos permitimos dizer que não pudemos consultar essa coletânea.

Igualmente, foi do Rio de Janeiro que publicou, em 1859, em Lípsia[39], sob o título de *Anthologie universelle,*

[39] Pela F. A. Brockhaus.

une compilation fort originale préparée en Allemagne, lors de son précédent voyage, «un choix des meilleures poésies lyriques de diverses nations dans les langues originales.» Le recueil n'a pas mille pages et cependant dix-sept littératures y sont représentées. La littérature anglaise y occupe la plus large place; puis viennent par ordre d'importance l'Allemagne, la France, l'Italie, le Portugal; l'Espagne, la Pologne, la Russie, la Grèce moderne, la Hongrie et la Serbie, la Suède et la Grèce antique, la Hollande, le Danemarck, la Bohème, enfin la littérature latine. L'idée de choisir la poésie était bonne; la poésie n'est-elle pas de l'âme d'un peuple une incarnation bien autrement vivante que la prose? L'idée de choisir plus particulièrement la poésie lyrique, cette forme la plus élevée de l'inspiration poétique, était excellente. Mais ce cadre excluait quelques poètes célèbres: on doit savoir gré à l'auteur d'avoir fait une exception en faveur de Racine, de Corneille, de Molière, de Caldéron. On pense aussi que le savant brésilien ne pouvait ni comprendre, ni apprécier par lui-même les chefs d'œuvre de tant de langues; il a recouru à de compétentes collaborations et ses choix, qui avaient par là même moins de chances d'être marqués de préférences individuelles, sont assez généralement empreints d'impersonnalité.

uma compilação bastante original, preparada na Alemanha por ocasião de sua viagem precedente, uma "coletânea das melhores poesias líricas de diversas nações em suas línguas originais." A coletânea não possui mil páginas e, ainda assim, dezessete literaturas estão ali representadas. A literatura inglesa ocupa a maior parte; então vêm, por ordem de importância, Alemanha, França, Itália, Portugal, Espanha, Polônia, Rússia, a Grécia moderna, Hungria e Sérvia, Suécia e a Grécia antiga, Holanda, Dinamarca, Boémia, e finalmente a literatura latina. A ideia de selecionar poesias foi boa; a poesia não é uma encarnação bem mais viva da alma de um povo que a prosa? Mais especificamente, a ideia de escolher a poesia lírica, a forma mais elevada da inspiração poética, foi excelente. Mas essa situação excluiu alguns poetas célebres; devemos ser gratos ao autor por ter feito uma exceção em favor de Racine, Corneille, Molière e Caldéron. Pensamos também que o erudito brasileiro não poderia nem compreender, nem apreciar por si mesmo as obras primas de tantas línguas; ele recorreu à competentes colaborações e suas escolhas, que teriam menos chances de serem marcadas por preferências individuais, sendo assim, geralmente, marcadas pela impessoalidade.

Pour l'anthologie française, c'est à l'œuvre de Victor Hugo que l'auteur fait le plus d'emprunts; puis vient Béranger, dont il n'y a pas moins de quatorze chansons entre autres *le roi d'Yvetot, les Gueux, les Adieux de Marie Stuart, le Marquis de Carabas, la Bonne Vieille, le Dieu des Bonnes Gens, les Souvenirs du peuple,* etc.: c'est beaucoup. On trouve ensuite les plus belles fables de La Fontaine, quelques pièces bien choisies de Lamartine, les scènes typiques de Racine, *l'Epitre à Madame Du Châtelet* et *les Systèmes* de Voltaire, quelques fragments de Boileau, les *Tableaux de la Nature* et *la Peinture de Dieu de Châteaubriand, la Jeune Captive* et les derniers vers d'André Chénier, *Newton* et *le Chien* de l'abbé Delille, un morceau du Cid, un morceau du Tartufe, *la Chute des feuilles* de Millevoye, *Memmo* de Casimir Delavigne, en somme à côté de vraies perles un peu de clinquant, et parmi des chefs d'oeuvre de passion quelques morceaux d'un enthousiasme assez artificiel. Puis, sans vouloir faire ici l'Anthologie des refusés, n'est-il pas permis de déplorer l'absence, à cette fête de famille, du plus proche parent de Dante, Charles Baudelaire?

Para a antologia francesa, é a obra de Victor Hugo a qual o autor mais toma de empréstimo; então vêm Béranger, do qual há nada menos que quatorze canções, dentre as quais *le roi d'Yvetot, les Gueux, les Adieux de Marie Stuart, le Marquis de Carabas, la Bonne Vieille, le Dieu des Bonnes Gens, les Souvenirs du peuple*, etc[40].: são muitas. Em seguida, encontramos as mais belas fábulas de La Fontaine, algumas peças bem escolhidas de Lamartine, as cenas típicas de Racine, *l'Epitre à Madame du Châtelet* et *les Systèmes* de Voltaire, alguns fragmentos de Boileau, os *Tableaux de la Nature* e *la Peinture de Dieu* de Châteaubriand, a *Jeune Captive* e os últimos versos de André Chénier, *Newton* et *le Chien* do abade Delille, um trecho de Cid, um trecho de Tartufe, a *Chûte des feuilles* de Millevoye, *Memmo* de Casimir Delavigne; em suma, ao lado verdadeiras pérolas, alguns brilhos falsos, e ao lado de algumas obras primas da paixão, trechos de entusiasmos artificiais. Então, sem querer fazer aqui a Antologia das recusados, não é justificável deplorar a ausência, nesta festa familiar, dos parentes próximos Dante, Charles Baudelaire?

[40] Nota dos autores: Optamos por não traduzir os títulos das obras dadas, por julgarmos que essa é uma tradução que não cabe a nós.

Goethe, Schiller, Lessing. Klopstock, Tieck, Bürger, Herder, Heine, Uhland, de Platen, Freiligrath, Lenau, Eichendorff, Geibel, Rückert, Chamisso représentent l'Allemagne: la *Chanson de Mignon*, le *Roi de Thulé, la Cloche, Lénore* et combien d'autres morceaux célèbres dans la littérature universelle, sont bien à leur place pour répondre aux impatiences du lecteur.

Goethe, Schiller, Lessing, Klopstock, Tieck, Bürger, Herder, Heine, Uhland, Platen, Freiligrath, Lenau, Eichendorff, Geibel, Rückert e Chamisso representam a Alemanha: a canção *Mignon*, *der König in Thule*, *das Lied von der Glocke*, *Lenore* e quantos outros trechos célebres da literatura universal, estando bem em seu lugar para responder às impaciências do leitor.

La littérature anglaise débute par une riche moisson dans l'œuvre de Byron (*La Fiancée Abydos*, *Parisina*, *Manfred*, etc.): puis Thomas Moore, Robert Burns, Goldsmith, Walter Scott, Coleridge, Thomas Campbell, Wordsworth, Robert Southey, Longfellow, Milton, Tennyson, Shakspeare, Gray, Shelley apportent chacun à la contexture de cette délicieuse broderie poétique la caractéristique de leurs génies.

A literatura inglesa inicia-se com uma rica reunião das obras de Byron (*The Bryde of Abydos*, *Parisina, Manfred*, etc.): seguido de Thomas Moore, Robert Burns, Goldsmith, Walter Scott, Coleridge, Thomas Campbell, Wordsworth, Robert Southey, Longfellow, Milton, Tennyson, Shakespeare, Gray, Shelley cada um trazendo, para a textura desse delicioso bordado poético, a característica de seus gênios.

Les fragments universellement classiques du Dante (*Ugolin et Françoise de Rimini*) ouvrent la littérature italienne: l'Arioste, le Tasse, Pétrarque, Manzoni, Casti, Parini, Ugo Foscolo, Grossi, Léopardi, Pindemonte, Guarini, Monti, Métastase, Silvio Pellico, Maria Boiardo relient par une chaîne ininterrompue le sentiment moderne aux terribles passions du treizième siècle.

Os fragmentos universalmente clássicos de Dante (*Ugolino* e *Francisca de Rimini*) abrem a literatura italiana: Ariosto, Tasso, Petrarca, Manzoni, Casti, Parini, Ugo Foscolo, Grossi, Leopardi, Pindemonte, Monti, Metastasio, Silvio Pellico e Maria Boiardo ligam, por uma corrente ininterrupta, o sentimento moderno às terríveis paixões do século XIII.

Dans les littératures portugaise et espagnole le choix était plus qu'ailleurs facile et agréable à l'auteur.

Nas literaturas portuguesa e espanhola a escolha foi, mais do que nas outras, fácil e agradável ao autor.

Nous citerons simplement les noms: Almeida Garrett, Francisco Manuel, Garção, Bocage, Ant. Diniz da Cruz e Silva, Caldas, Gonzaga, A. Gonçalves Dias, J. Bazilio da Gama, Camoens; dans la partie espagnole, entre autres auteurs anonymes, Jorge Montemayor, Espronceda, Lope de Véga, Calderon de la Barca, José Zorrilla.

La Russie est dignement représentée par Pouchkine (*Insouciance de l'Oiseau*), Lermontoff (*la Berceuse*), Lomonosoff, Joukowski (*Chanson du pauvre*), Derjavine (*Dieu*), Batuschkoff, Delwick (*Invocation à la Nuit*), Ivan Koslof.

Nous trouvons dans l'Anthologie polonaise les plus belles ballades d'Adam Mickiewicz, entre autres choses la célèbre *Prière pour la Pologne* de Zaleski, de Slowacki le *Chant de la légion lithuanienne* et de Gaszinski son *Epitre à une mère polonaise*.

On ne saurait trop féliciter l'auteur d'avoir fait une large place aux Chants populaires de la Serbie et de la Grèce Moderne, sans négliger pourtant des poètes comme Const. Rigas, Alexandre Rangabé, les frères Soutzos, Christopoulos etc.

Les chants bohémiens ont dû pour beaucoup être une piquante révélation; il y a particulièrement de Karel Winařický une pièce, *l'Amant de Milina*, d'une simplicité de rhythme inoubliable.

Nós citaremos simplesmente os nomes: Almeida Garret, Francisco Manuel, Garção, Bocage, Ant. Diniz da Cruz e Silva, Caldas, Gonzaga, A. Gonçalves Dias, J. Basílio da Gama, Camões; na parte espanhola, entre outros autores anônimos, Jorge Montemayor, Espronceda, Lope de Vega, Calderón de la Barca, José Zorrilla.

A Rússia é dignamente representada por Pushkin (*Беззаботность птички*), Lérmontov (*Казачья колыбельная пѣсня*), Lemonossov, Zhukovsky (*Пѣсня бѣдняка*), Dierjávin (*Богъ*), Batyushkov, Delwick (*Ахъ, ты ночь - ль, ноченька*) e Ivan Kozlov.

Encontramos na Antologia polonesa as mais belas baladas de Adam Mickiewicz, dentre outras a célebre *Modlitwa za Polską* de Zaleski, de Słowacki o *Pieśń Legijonu Litewskiego* e de Gaszinski seu *Do Matki Polki*.

Não há felicitações suficientes ao autor por ter dado amplo espaço aos Cantos populares da Sérvia e da Grécia Moderna, sem, entretanto, negligenciar poetas como Const. Rigas, Alexandre Rangabé, os Soutzos, Christopoulos, etc.

As canções boêmias devem ter sido uma revelação deveras picante; há, particularmente uma peça de Karel Vinařický, *Kochan a Milina*, de uma simplicidade de ritmo inesquecível.

Horace, Ovide, Catulle, Properce, Martial, Tibulle, Théognis, Théocrite, Bion, Moschus, Méléagre, Anacréon et quelques extraits judicieux de l'Anthologie évoquent le monde ancien.

Nous n'irons pas plus avant dans ces arides énumérations; elles suffisent à recommander le recueil comme un livre vraiment utile et original: peut-être nous ont-elles entrainé trop loin; mais il nous semble que si rapetissée qu'elle soit, la personnalité de l'auteur apparait toujours derrière ces noms et songez de quel prix serait pour les lettrés une anthologie signée de La Fontaine, de Diderot, de Heine ou de Léopardi!

Nous avançons d'ailleurs avec rapidité vers le terme de notre tâche. A la clôture d'une des sessions de la chambre des députés, Gomes de Souza traversait de nouveau l'Atlantique. Il reprenait ses études médicales et fréquentait assidûment à Paris les Cliniques de l'Hôtel-Dieu. Ce n'était plus de l'activité, mais de la fièvre. En 1863, déjà très-malade, il s'embarquait une troisième fois pour l'Europe. Ce fut son dernier voyage: il ne devait plus revoir le pays natal; le 1er juin de cette année, la mort venait le frapper à Londres, au milieu de ses travaux et de ses amis, dans la fleur de l'âge et du talent.

Horácio, Ovídio, Catulo, Propércio, Marcial, Tibulo, Téognis, Teócrito, Bíon, Mosco, Meleagro, Anacreonte e alguns trechos pertinentes da Antologia evocam o mundo antigo.

Não iremos adiante com essas áridas enumerações; estas são suficientes para recomendar a coletânea como um livro verdadeiramente útil e original: talvez, elas tenham ido longe demais; mas parece-nos que, diminuta como é, a personalidade do autor sempre aparece por detrás desses nomes e penso qual não seria o valor para os letrados de uma antologia assinada por La Fontaine, Diderot, Heine ou Leopardi!

Nos movemos de alhures com rapidez em direção ao término de nossa tarefa. Após o encerramento de uma sessão na câmara dos deputados, Gomes de Souza atravessou novamente o Atlântico. Ele retomou seus estudos em medicina e frequentou assiduamente, em Paris, as Clínicas do Hôtel-Dieu. Já não era mais pela atividade, e sim pela febre. Em 1863, já muito doente, embarca uma terceira vez para a Europa. Foi sua última viagem; nunca mais veria seu país natal; em 1º de junho do mesmo ano, a morte veio arrebatá-lo em Londres, em meio a seus trabalhos e seus amigos, na flor da idade e do talento.

Le présent volume était imprimé environ aux deux-tiers, mais assez imparfaitement. On peut juger par notre Errata que la correction des épreuves laisse un peu à désirer: l'épuisement et la vue affaiblie de l'auteur ne lui permettaient pas de faire mieux. Ecoutez cette touchante et grandiose déclaration: «Des méthodes générales d'intégration sont trouvées, il est vrai, mais ma santé est détruite et mon organisation épuisée, l'état de mes yeux ne me permettant peut-être plus de me livrer à des recherches où la plus profonde attention et la persévérance la plus assidue sont absolument nécessaires. Mais si je suis forcé à m'arrêter ici et s'il ne m'est pas permis de voir déroulée devant mes yeux la scène où mon imagination s'était tant de fois jetée, j'aurai du moins le plaisir d'avoir ouvert le chemin pour les autres et de savoir qu'il sera permis maintenant à l'homme de lire d'une manière plus profonde dans le sein du Créateur.» Le reste de l'ouvrage demeura en épreuves qui ne laissèrent pas de se détériorer et pour comble d'infortune, le manuscrit se perdit. Le dernier mémoire, celui que nous avons déjà eu l'occasion de citer sur la théorie du son, est publié par nous d'après le manuscrit conservé aux Archives de l'Académie des Sciences de Paris.

Gomes de Souza avait aussi en portefeuille un remarquable livre sur les sciences sociales et philosophiques.

O presente volume foi impresso, em cerca de dois terços, um tanto imperfeitamente. Podemos julgar, pela errata, que a correção das provas deixa um pouco a desejar: a exaustão e a visão enfraquecida do autor não lhe permitiriam fazer melhor. Ouça esta tocante e grandiosa declaração: “Os métodos gerais de integração são encontrados, é verdade, mas minha saúde está destruída e minha organização exaurida, e o estado dos meus olhos, talvez, já não permitam dedicar-me a pesquisas onde a mais profunda atenção e a mais assídua perseverança são absolutamente necessárias. Mas, se sou obrigado a parar aqui e se não me é permitido ver o desenrolar, diante de meus olhos, da cena onde minha imaginação tantas vezes se lançou, terei, ao menos, o prazer de ter aberto o caminho para outros e de saber que, agora, será permitido ao homem ler de maneira mais profunda no seio do Criador.” O resto da obra consiste em provas que não deixaram de se deteriorar e, para o auge do infortúnio, o manuscrito foi perdido. A última memória, que já citamos em outra ocasião, sobre a teoria do som, foi publicada por nós a partir do manuscrito guardado nos Arquivos da Academia de Ciências de Paris.

Gomes de Souza possuía também em portifólio um notável sobre as ciências sociais e filosóficas

Malheureusement nous n'avons aucun document sur ce travail, qui était, paraît-il, fort avancé. Il serait bien à désirer que quelque main pieuse en recueillit les fragments et les éclairât de quelque lumière sur la vie intime de l'auteur.

Ces quelques pages que le défaut d'informations ne nous a pas permis de rendre plus nombreuses suffisent peut-être à montrer quel vide la mort de Joaquim Gomes de Souza a creusé dans l'aristocratie du savoir. Géomètre, il s'est attaqué au problème le plus difficile et le plus urgent de la science; mathématicien amoureux de l'expérience et de l'observation, il a goûté les enchantements de l'art; la brutalité du problème social s'est imposée à son cœur et les poignantes complexités du problème philosophique ne l'ont pas laissé indifférent. Enfant prodige, nature idéale, complexe et maladive, il est de cette famille d'intelligences qui semblent avoir été créées pour marquer l'identité fondamentale de toutes les variétés du savoir, de ces âmes enlevées trop tôt à leur œuvre, que la poésie de l'antiquité disait chères aux dieux et qui à travers les distances des siècles et des milieux évoquent la mélancolique figure de Pascal.

PARIS (Bibliothèque de la Sorbonne), Septembre 1881.

C. HENRY.

Infelizmente, não dispomos de nenhum documento sobre este trabalho que foi, ao que parece, muito avançado. Seria bastante desejável que alguma mão piedosa recolhesse os fragmentos e lançasse alguma luz sobre a vida íntima do autor.

Estas poucas páginas, cuja falta de informações não nos permitiu tornar mais numerosas, talvez sejam suficientes para evidenciar o vazio que a morte de Joaquim Gomes de Souza criou na aristocracia do saber. Geômetra, ele atacou o problema mais difícil e mais urgente da ciência; matemático apaixonado por experimentos e observações, experimentou os encantamentos da arte; a brutalidade do problema social se impôs a seu coração e as pungentes complexidades do problema filosófico não deixavam-no indiferente. Criança prodígio, de natureza idealista, complexa e adoentada, é da família dos intelectos que parecem ter sido criados para marcar a identidade fundamental de todas as faces do conhecimento, das almas arrebatadas muito cedo de sua obra, cujas poesias da antiguidade diziam queridas aos deuses e que, através da distância dos séculos e das profundezas, evoca a melancólica figura de Pascal.

Paris (Biblioteca da Sorbonne), Setembro de 1881.

C. HENRY

4.4 Sumário

TABLE DES MATIÈRES.

SUMÁRIO

4.5 Memória sobre os métodos gerais de integração.

Mémoire
sur les
méthodes générales d'intégration.

I.

Dans un Mémoire présenté à l'Institut de France, je me suis proposé de déterminer la fonction $\phi(x)$ qui satisfait aux équations de condition

$$\int_\alpha^\beta f(\theta)\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \qquad (1)$$

$$\int_\alpha^\beta f(\theta)\phi(\theta x)d\theta = F(x) \qquad (2)$$

$$\int_\alpha^\beta [f(\theta)+xf_1(\theta)]\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \qquad (3)$$

$$\int_\alpha^\beta [f(\theta)+xf_1(\theta)]\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \qquad (4)$$

où $f(\theta), f_1(\theta)$ sont des fonctions quelconques de θ; $F(x)$ une fonction aussi quelconque de x; donnée comme les précédentes; α et β des constantes arbitraires et indépendantes par conséquant, de x et de θ. Si l'on prend chacune de ces équations et qu'on les différentie par rapport à d et Δ, et qu'on les intègre par rapport à $\int$ et $\sum$ autant de fois qu'on veut ; et si on fait ensuite la somme, membre à membre, des équations qui en résultent, après avoir mis à la place de $f(\theta), f_1(\theta)$, d'autres fonctions quelconques de θ,

Memória
sobre os
métodos gerais de integração

I.

Em uma Memória apresentada ao Institut de France, me propus a determinar a função ϕ(x) que satisfaz as equações de condição:

$$\int_\alpha^\beta f(\theta)\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \qquad (1)$$

$$\int_\alpha^\beta f(\theta)\phi(\theta x)d\theta = F(x) \qquad (2)$$

$$\int_\alpha^\beta [f(\theta)+xf_1(\theta)]\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \qquad (3)$$

$$\int_\alpha^\beta [f(\theta)+xf_1(\theta)]\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \qquad (4)$$

onde $f(\theta), f_1(\theta)$ são funções quaisquer de θ; $F(x)$ uma função, também qualquer, de x; dada como as precedentes; α e β são constantes arbitrárias e, por conseguinte, independentes de x e de θ. Se pegarmos cada uma dessas equações, as diferenciaremos em relação à d ou Δ, e as integraremos em relação à $\int$ ou Σ quantas vezes quisermos; e se, em seguida, tomarmos a soma, membro a membro, das equações resultantes, após haver colocado em seu lugar $f(\theta), f_1(\theta)$, outras funções quaisquer de θ, indépendantes les unes des autres, et aussi d'autres constantes $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$, etc. à la place des constantes α, β, on aura encore des équations dont les solutions se trouvent dans le même Mémoire.

Si on fait attention à ce que les seuls problèmes de ce genre qui aient été résolus, sont

$$\int_0^\infty \theta^{\mu-1}\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \quad (5)$$

$$\int_0^1 (1-\theta)^f \phi\left(\frac{\theta}{x}\right) d\theta = F(x)$$

traités par ABEL et M. LIOUVILLE[41], et que dans ces intégrales non seulement les limites sont déterminées, mais aussi que la fonction inconnue $\phi(x)$ ne se trouve multipliée que par $\theta^{\mu-1}$ ou $(1-\theta)^f$, c'est-à-dire par les fonctions les plus simples qu'offre l'Analyse, on conviendra, ce me semble, que dans ce genre de questions, mon Mémoire est allé bien au-delà de ce qu'on savait auparavant.

Dans ce Mémoire je me propose d'aller bien plus loin, car je vais donner la solution de l'équation très-générale

$$\int_\alpha^\beta f(x,\theta)\phi(x+\theta)d\theta = F(x)$$

[41] Dans le «Cambridge and Dublin Mathematical Journal» on trouve un article du professeur GEORGE BOOLE de Lincoln renfermant quelques observations sur la transformation des différentielles à indices fractionnaires ou des intégrales définies, ou sur les solutions que M. Liouville a données de l'équation (5); mais on n'y rencontre aucun nouveau cas du problème dont il est ici question.

independentes umas das outras, e também outras constantes $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$, etc. no lugar das constantes α, β, ainda teremos equações cujas soluções se encontram na mesma Memória.

Se prestarmos atenção, os únicos problemas desse tipo que foram resolvidos são

$$\int_0^\infty \theta^{\mu-1}\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \quad (5)$$

$$\int_0^1 (1-\theta)^f \phi\left(\frac{\theta}{x}\right) d\theta = F(x)$$

tratados por Abel e Liouville[42], e nessas integrais não apenas os limites são determinados, mas também a função desconhecida $\phi(x)$ é apenas multiplicada por $\theta^{\mu-1}$ ou $(1-\theta)^f$, isto é, pelas funções mais simples oferecidas pela Análise; concordemos, parece-me, que quanto a esse tipo de questões, minha Memória está muito além do que se esperava.

Nesta Memória, proponho ir mais além, pois darei a solução da equação geral

$$\int_\alpha^\beta f(x,\theta)\phi(x+\theta)d\theta = F(x)$$

[42] No "Cambridge and Dublin Mathematical Journal" há um artigo do professor George Boole, de Lincoln, abrangendo algumas observações sobre a transformação de diferenciais com índices fracionários ou integrais definidas, ou sobre as soluções que Liouville deu à equação (5); mas não encontrei algum novo caso do problema aqui em questão.

où $f(x, \theta)$ est une fonction quelconque de x e θ, $F(x)$ une fonction de x, α et de β des constantes ou même des fonctions quelconques de x. Mais si les méthodes dont j'ai fait usage dans le Mémoire cité sont tout-à-fait rigoureuses, on ne peut pas en dire de même de toutes celles dont nous allons faire usage ici, puisque je me sers de certains développements en séries, dont la convergence n'est pas démontrée, et dont l'emploi, par conséquent, d'après quelques géomètres, n'est pas très-légitime. Mais si nous passons par dessus ces difficultés qui n'existaient pas il y a seulement quelques années, et qui n'existent pas même aujourd'hui pour plusieurs géomètres, tous ou presque tous faisant usage de suites dont la convergence n'est pas prouvée ou ne pent pas être démontrée (comme, par exemple, dans l'intégration des équations aux différentielles partielles, où on commence par trouver une suite pro- cédant suivant les dérivées successives d'une fonction arbitraire, suite dont la convergence, par con- séquent, ne peut pas être démontrée, et qu'on réduit après sous forme finie au moyen d'intégrales définies, et dont on cherche ensuite les fonctions génératrices): si nous passons, dis-je, par dessus ces difficultés, on verra que nous avons résolu le fameux problème dont la solution a été inutilement cherchée depuis deux cents années.

onde $f(x, \theta)$ é uma função qualquer de x e θ, $F(x)$ uma função de x, α e β constantes ou mesmo funções quaisquer de x. Mas, se os métodos dos quais fiz uso na Memória são absolutamente rigorosos, não se pode ser dito o mesmo de todos aqueles que faremos uso aqui, posto que me sirvo de certos desenvolvimentos em séries sobre as quais a convergência não é demonstrada, e cujo emprego, por consequência, segundo alguns geômetras, não é muito legitimo. Mas se passarmos por essas dificuldades que não existiam a alguns poucos anos, e que não existem, mesmo no presente, para muitos geômetras, todos ou quase todos fazem uso de sequências cuja convergência não é comprovada ou não pôde ser demonstrada (como, por exemplo, na integração de equações diferenciais parciais, onde começamos por encontrar uma sequência procedente conforme as derivadas sucessivas de uma função arbitrária; sequência cuja convergência, por consequência, não pode ser demonstrada, e que reduzimos à forma finita por meio de integrais definidas, e onde procuramos, em seguida, as funções geratrizes): se passarmos, digo eu, por cima dessas dificuldades, verás que resolvemos o famoso problema cuja solução foi, inutilmente, procurada por duzentos anos.

En effet, de l'équation ci-dessus dépend l'intégration de l'équation générale linéaire d'un ordre quelconque n et dont les coefficients sont des fonctions quelconques de la variable indépendante, et, par conséquent, le calcul intégral tout entier.

Je dois encore ajouter qu'après avoir déduit de l'équation (7) plusieurs solutions fondées sur des développements en séries, je suis venu à bout de la résoudre, en mettant tout-à-fait les suites de côté, ne m'appuyant que sur des intégrales définies, et, par conséquent, donnant à la solution toute la rigueur désirable. Je commencerai pourtant par exposer les méthodes fondées sur des suites, non seulement parceque je regarde les séries comme un excellent et très-puissant moyen d'exploration, mais aussi parce que, en résolvant d'une manière rigoureuse le problème auquel nous les appliquons tant qu'elles sont convergentes, elles nous indiquent presque toujours comment résoudre le même problème dans d'autres cas, je les emploierai encore parceque, quand il s'agit de questions aussi importantes que celles dont nous nous occupons ici, il est très-utile de faire usage de plusieurs méthodes et de faire voir ensuite qu'elles s'accordent dans leurs résultats.

De fato, da equação acima depende a integração da equação linear de ordem n qualquer, onde os coeficientes são funções quaisquer da variável independente e, por consequência, o cálculo integral inteiro.

Devo ainda acrescentar que, após haver deduzido da equação (7) várias soluções fundamentadas em expansões em série, e ao fim das resoluções, deixo completamente as sequências de lado, me apoiando sobre as integrais definidas e, por conseguinte, dando à solução todo o rigor desejado. Começarei, entretanto, expondo os métodos baseados em sequências, não somente porque vejo as séries como um excelente e muito poderoso meio de exploração, mas também porque, resolvendo de maneira rigorosa o problema ao qual nos aplicamos, e contanto que sejam convergentes, elas nos indicam, quase sempre, como resolver o mesmo problema em outros casos, e as empregarei novamente porque, quando se discute questões tão importantes quanto aquelas das quais nos ocupamos aqui, é muito útil fazer uso de vários métodos e mostrar, em seguida, que estes concordam em seus resultados.

Quand on donne la solution d'un probleme général au moyen d'intégrales définies, il peut arriver quelquefois, que cette solution devienne illusoire, quand, pour quelques valeurs particulières d'une fonction donnée $f(x)$, qui entre sous le signe d'intégration, l'intégrale devient indéterminée. Or, si on a alors une autre solution en série, cette solution sera suffisante pour lever l'indétermination de l'autre.

Quando damos a solução de um problema geral por meio de integrais definidas, pode ser, por vezes, que a solução se torne ilusória, quando para alguns valores particulares de uma dada função $f(x)$, que entram sob o sinal de integração, a integral torna-se indeterminada. Ora, se tivermos uma outra solução em séries, esta será suficiente para corrigir a indeterminação da outra.

II.

On sait, depuis longtemps, qu'il y a des fonctions qui peuvent être données ou représentées par une somme de fonctions semblables entre elles et eifférentes [sic] de la première. Ainsi la fonction exponentielle e^x, est comme on sait égale à

$$1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{etc.},$$

ou à

$$f(0) + f(1) + f(2) + f(4) + \text{etc.},$$

si on fait, pour abréger

$$\frac{x^n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots\cdots n} = f(n)$$

est équivalente à la somme de fonctions semblables qu'on obtient donnant à l'indice n qui entre dans la fonction $f(n)$ la série des nombres naturels. Ainsi quoique les deux fonctions e^x, $f(n)$ soient très- différentes l'une de l'autre, pourtant un certain nombre de fonctions semblables à la seconde est capable de reproduire la première.

La même chose a lieu avec une foule d'autres fonctions, comme on le voit, par exemple, dans les équations

$$\log(1 + x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \text{etc.},$$

$$\sin^{-1} x = x + \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\frac{x^5}{5} + \\ + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\frac{x^7}{7} + \text{etc.},$$

II.

Sabemos, há muito tempo, que existem funções que podem ser dadas ou representadas por uma soma de funções semelhantes entre si e diferentes da primeira. Assim a função exponencial e^x é, como dito, igual a

$$1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{etc.},$$

ou a

$$f(0) + f(1) + f(2) + f(4) + \text{etc.},$$

se fizermos, para resumir

$$\frac{x^n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots\cdots n} = f(n)$$

é equivalente à soma de funções semelhantes que obtemos dando o índice n que entra na função $f(n)$, uma série de números naturais. Portanto, embora as duas funções e^x, $f(n)$ sejam muito diferentes uma da outra, um certo número de funções semelhantes à segunda é capaz de reproduzir a primeira.

A mesma coisa ocorre em um grande número de outras funções, como se vê, por exemplo, nas equações

$$\log(1 + x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} - \text{etc.},$$

$$\sin^{-1} x = x + \frac{1}{2}\,\frac{x^3}{2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\,\frac{x^5}{5} + \\ + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\,\frac{x^7}{7} + \text{etc.},$$

$$\text{tang}^{-1}\,x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \text{etc.},$$

$$e^{x\cos\theta}\cos(x\cos\theta) = 1 + x\cos\theta +$$

$$+\frac{x^2}{1\cdot 2}\cos 2\theta + \frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3}\cos 3\theta + \text{etc.},$$

etc. etc. etc.

oú les fonctions

$$\log(1+x),\qquad \sin^{-1}x,\qquad \text{tang}^{-1}x,$$
$$e^{x\cos\theta}\cos(x\cos\theta), \text{etc.}$$

sont formées par des sommes de fonctions respectivement semblables

$$\frac{x^n}{n}(-1)^{n+1}, \frac{1\cdot 3\cdot\cdots\cdot(n-1)}{2\cdot 4\cdot\cdots\cdot 2n}\frac{x^{2n+1}}{2n+1},$$
$$\frac{x^n}{n}cos\left(\frac{3+n}{4}\right)2\pi, \frac{x}{1\cdot 2\cdots n}cos\, n\theta, \text{etc.}$$

Au lieu de nous arrêter à des fonctions particulières, nous pouvons prendre la formule générale

$$f(x) = f(0) + f'(0)\frac{x}{1} + f''(0)\frac{x^2}{1\cdot 2}$$
$$+ \text{etc.},$$

qui nous montre qu'une fonction quelconque $f(x)$ peut être formée par une somme de fonctions semblables à la fonction à indice variable

$$f^n(0)\frac{x^n}{1\cdot 2\cdot\cdots\cdot n},$$

quand on donne à cet indice pour valeur la suite des nombres naturels.

Nous avons également

$$f(y) = f(a) + [\Phi(a)f'(a)]\frac{x}{1} + \qquad (8)$$
$$+\frac{d[\Phi^2(a)f'(a)]}{da}\frac{x^2}{1\cdot 2} + etc.,$$

$$\text{tang}^{-1}x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \text{etc.},$$

$$e^{x\cos\theta}\cos(x\cos\theta) = 1 + x\cos\theta +$$

$$+\frac{x^2}{1\cdot 2}\cos 2\theta + \frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3}\cos 3\theta + \text{etc.},$$

etc. etc. etc.

onde as funções

$$\log(1+x),\qquad \sin^{-1}x,\qquad \text{tang}^{-1}x,$$
$$e^{x\cos\theta}\cos(x\cos\theta), \text{etc.}$$

são formadas pela soma de funções respectivamente semelhantes à

$$\frac{x^n}{n}(-1)^{n+1}, \frac{1\cdot 3\cdot\cdots\cdot(n-1)}{2\cdot 4\cdot\cdots\cdot 2n}\frac{x^{2n+1}}{2n+1},$$
$$\frac{x^n}{n}cos\left(\frac{3+n}{4}\right)2\pi, \frac{x}{1\cdot 2\cdots n}cos\, n\theta, etc.$$

Ao invés de determo-nos nessas funções particulares, podemos tomar a fórmula geral

$$f(x) = f(0) + f'(0)\frac{x}{1} + f''(0)\frac{x^2}{1\cdot 2}$$
$$+ \text{etc.},$$

que nos mostra que uma função qualquer $f(x)$ pode ser formada por uma soma de funções semelhantes à função de índice variável:

$$f^n(0)\frac{x^n}{1\cdot 2\cdot\cdots\cdot n},$$

quando damos a esse índice, para valor, a sequência de números naturais.

Nós temos igualmente:

$$f(y) = f(a) + [\Phi(a)f'(a)]\frac{x}{1} + \qquad (8)$$
$$+\frac{d[\Phi^2(a)f'(a)]}{da}\frac{x^2}{1\cdot 2} + \text{etc.},$$

où f, Φ sont des caractéristiques de fonctions quelconques , et les variables x , y sont liées l'une à l'autre par l'équation

$$y = a + x\Phi(y) \qquad (9)$$

Cette équation, à cause de Φ, qui est une fonction quelconque à volonté, peut représenter une fonction implicite quelconque de x. Et de ces deux théorèmes, il résulte qu'une fonction quelconque, implicite ou explicite peut être formée par une somme de certaines fonctions semblables entre elles, mais différentes de la première.

On doit même remarquer que cela peut etrê fait d'une infinité de manières différentes.

En effet, en vertu do théorème de M. Murphey

$$f(x) = f(x-h) + \\ + \frac{(2h)^1}{1\cdot 2} f(x-2h) + \\ + \frac{(3h)^2}{1\cdot 2\cdot 3} f(x-3h) + etc. \qquad (10)$$

la fonction $f(x)$ est donnée par une somme de fonctions semblables à

$$\frac{(nh)^n}{1\cdot 2\cdot \cdots \cdot n} f^{n-1}(x-nh). \qquad (11)$$

La même fonction est encore donnée par une somme de fonctions semblables à

$$\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}\left[\frac{f'(x)(xa)^n}{[\Phi(x)]^n}\right]_{x=a} \cdot \\ \cdot \frac{[\Phi(x)]^n}{1\cdot 2\cdot \cdots \cdot n} \qquad (12)$$

en rapport au théorème connu

onde f, Φ são as características da função qualquer, e as variáveis x, y estão ligadas uma à outra pela equação:

$$y = a + x\Phi(y). \qquad (9)$$

Essa equação, devido à Φ, que é uma função qualquer à vontade, pode representar uma função implícita qualquer de x. E desses dois teoremas resulta que uma função qualquer, implícita ou explícita, pode ser formada por uma soma de funções semelhantes entre si, mas diferentes da primeira.

Devemos observar ainda que isso pode ser feito de uma infinidade de maneiras diferentes.

Com efeito, em virtude do teorema de M. Murphey:

$$f(x) = f(x-h) + \\ + \frac{(2h)^1}{1\cdot 2} f'(x-2h) + \\ + \frac{(3h)^2}{1\cdot 2\cdot 3} f''(x-3h) + etc. \qquad (10)$$

a função $f(x)$ é dada por uma soma de funções semelhantes à

$$\frac{(nh)^n}{1\cdot 2\cdot \cdots \cdot n} f^{n-1}(x-nh). \qquad (11)$$

A mesma função é também dada por uma soma de funções semelhantes à:

$$\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}\left[\frac{f'(x)(xa)^n}{[\Phi(x)]^n}\right]_{x=a} \\ \cdot \frac{[\Phi(x)]^n}{1\cdot 2\cdot \cdots \cdot n} \qquad (12)$$

em relação ao teorema conhecido

$$f(x) = f(a) + \\ + \left[\frac{f'(x)(x-a)}{\Phi(x)}\right]\frac{\Phi(x)}{1} + \\ + \frac{d}{dx}\left[\frac{f'(x)(x-a)^2}{[\Phi(x)]^2}\right]\frac{[\Phi(x)]^2}{1\cdot 2} + \\ + \frac{d^2}{dx^2}\left[\frac{f'(x)(x-a)^3}{[\Phi(x)]^3}\right]\frac{[\Phi(x)]^3}{1\cdot 2\cdot 3} \\ + \text{etc.} \tag{13}$$

dû à Burmann.

Comme dans ce théorème $\Phi(x)$ est une fonction quelconque de x, satisfaisant à peine à la condition de s'évanouir pour $x = 0$, il en résulte que la fonction (12) aura une infinité de formes différentes, et que, par conséquent, il est possible de former d'une infinité de manières différentes une fonction quelconque donnée par une somme de fonctions semblables entre elles, mais différentes de la première.

$$f(x) = f(a) + \\ + \left[\frac{f'(x)(x-a)}{\Phi(x)}\right]\frac{\Phi(x)}{1} + \\ + \frac{d}{dx}\left[\frac{f'(x)(x-a)^2}{[\Phi(x)]^2}\right]\frac{[\Phi(x)]^2}{1\cdot 2} + \\ + \frac{d^2}{dx^2}\left[\frac{f'(x)(x-a)^3}{[\Phi(x)]^3}\right]\frac{[\Phi(x)]^3}{1\cdot 2\cdot 3} \\ + \text{etc.} \tag{13}$$

devido à Burmann.

Como nesse teorema $\Phi(x)$ é uma função qualquer de x, minimamente satisfazendo a condição de não desaparecer para $x = 0$, resulta que a função (12) terá uma infinidade de formas diferentes, e, por conseguinte, é possível formar de uma infinidade de maneiras diferentes uma função qualquer dada por uma soma de funções semelhantes entre si, mas diferentes da primeira.

III.

Ces considérations nous portent tout naturellement à la question suivante: une fonction quelconque f(x) étant donnée, combien de formes peut-on donner à la fonction ψ(x,n) à indice variable n, pour que la somme

$$\psi(x,0)+\psi(x,1)+\psi(x,2) + \text{etc.} \tag{14}$$

puisse reproduire la première? Ou bien à celle-ci, qui est déterminée peut-on donner la forme de la fonction $\psi(x,n)$ par rapport à x, et après déterminer sa forme par rapport à n pour qu'une somme d'une telle fonction soit capable de reproduire la première? Ou, encore plus simplement, faisant $\psi(x,n) = \Phi(n)F(x,n)$, et posant après

$$f(x) = \Phi(0)F(x,0) + \Phi(1)F(x,1) + \Phi(2)F(x,2) + \text{etc.}, \tag{15}$$

$F(x,n)$ étant une fonction donnée à volonté, est-il possible, en déterminant $\Phi(n)$ convenablement, de satisfaire à cette équation?

Je remarque qu'ayant un nombre quelconque de constantes

$$a_0, a_1, a_2, a_3, \text{etc.} \tag{16}$$

il est toujours possible d'imaginer une fonction $\varpi(x)$ telle qu'on ait

$$\varpi(0) = a_0, \varpi'(0) = a_1, \varpi''(0) = a_2, \varpi'''(0) = a_3, \text{etc.}, \tag{17}$$

quoiqu'on ne puisse pas toujours la déterminer effectivement.

III.

Essas considerações nos levam, naturalmente, à questão seguinte: dada uma função qualquer $f(x)$, quantas formas podemos dar à função $\psi(x,n)$ com índice variável n, para que a soma

$$\psi(x,0)+\psi(x,1)+\psi(x,2) + \text{etc.} \tag{14}$$

possa reproduzir a primeira? Se bem que, para determina-la, podemos dar a forma da função $\psi(x,n)$ em relação à x, e depois determinar sua forma em relação à n, para que uma soma de tal função seja capaz de reproduzir a primeira? Ou, ainda mais simplesmente, fazendo $\psi(x,n) = \Phi(n)F(x,n)$, e depois colocando

$$f(x) = \Phi(0)F(x,0) + \Phi(1)F(x,1) + \Phi(2)F(x,2) + \text{etc.}, \tag{15}$$

$F(x,n)$ sendo uma função dada à vontade, é possível, determinando $\Phi(n)$ convenientemente, satisfazer à esta equação?

Denoto que, havendo um número qualquer de constantes

$$a_0, a_1, a_2, a_3, \text{etc.} \tag{16}$$

é sempre possível imaginar uma função ϖ na qual temos

$$\varpi(0) = a_0, \varpi'(0) = a_1, \varpi''(0) = a_2, \varpi'''(0) = a_3, \text{etc.}, \tag{17}$$

embora, nem sempre, possamos efetivamente determina-la.

Quand le nombre des constantes est fini, il n'y a pas la moindre difficulté, puisqu'on n'a qu'à prendre

$$\varpi(x) = a_0 + a_1 \frac{x}{1} + a_2 \frac{x}{1 \cdot 2} + \cdots a_n \frac{x}{1 \cdot 2 + \cdots n}, \tag{18}$$

si elles sont en nombre $n + 1$.

Si le nombre des constantes est infini on prendra pour $\varpi(x)$ la suite

$$a_0 + a_1 \frac{x}{1} + a_2 \frac{x^2}{1 \cdot 2} + a_3 \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{etc.}; \tag{19}$$

ou, plutôt, la fonction qui, par son développement, est capable de la produire; et quoiqu'on ne puisse pas toujours arriver à la déterminer, il n'est pas pourtant moins vrai qu'on peut toujours concevoir son existence. Or en y faisant $x = 0$ ainsi que dans ses dérivées successives on aura

$$\varpi(0) = a_0, \varpi'(0) = a_1, \varpi''(0) = a_2, \text{etc.},$$

comme il s'agissait de le prouver. L'équation (15) prendra alors la forme

$$f(x) = \varpi(0)F(x,0) + \varpi'(0)F(x,1) + \varpi''(0)F(x,2) + \text{etc.}; \tag{20}$$

ou, ce qui vaut mieux,

$$f(x) = \varpi(0)F(x,0) + \frac{1}{1}\varpi'(0)F(x,1) + \frac{1}{1 \cdot 2}\varpi''(0)F(x,2) + \text{etc.} \tag{21}$$

Quando o número de constantes é finito, não há a menor dificuldade, posto que devemos apenas tomar

$$\varpi(x) = a_0 + a_1 \frac{x}{1} + a_2 \frac{x}{1 \cdot 2} + \cdots a_n \frac{x}{1 \cdot 2 + \cdots n}, \tag{18}$$

se elas são em número $n + 1$.

Se o número de constantes é infinito, tomaremos como $\varpi(x)$ a sequência:

$$a_0 + a_1 \frac{x}{1} + a_2 \frac{x^2}{1 \cdot 2} + a_3 \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{etc.}; \tag{19}$$

ou, preferencialmente, a função que, por seu desenvolvimento, seja capaz de produzi-la; e, embora nem sempre possamos determina-la, podemos, pelo menos, sempre conceber sua existência. Ora, fazendo $x = 0$ em y, assim como em suas sucessivas derivadas, teremos:

$$\varpi(0) = a_0, \varpi'(0) = a_1, \varpi''(0) = a_2, \text{etc.},$$

como tratava-se de provar. A equação (15) tomará a forma

$$f(x) = \varpi(0)F(x,0) + \varpi'(0)F(x,1) + \varpi''(0)F(x,2) + \text{etc.}; \tag{20}$$

ou, melhor ainda,

$$f(x) = \varpi(0)F(x,0) + \frac{1}{1}\varpi'(0)F(x,1) + \frac{1}{1 \cdot 2}\varpi''(0)F(x,2) + \text{etc.} \tag{21}$$

Nous pourrions avoir posé tout d'abord ces deux égalités; car comme il s'agit tout simplement de faire voir que l'équation (15) peut toujours subsister en disposant des constantes $\Phi(0), \Phi(1), \Phi(2), \text{etc.}$, il est clair qu'on peut leur donner la forme qui nous conviendra le plus.

Je remarque maintenant que si on peut poser l'égalité (15), où $F(x,n)$ est une fonction de x et n, prise à volonté, on pourra également démontrer l'équation

$$f(x) = H_1F(x,a_1) + H_2F(x,a_2) + H_3F(x,a_3) + \text{etc.}\ , \quad (22)$$

où $f(x)$ est une fonction quelconque donnée de x; $F(x,a_n)$ une fonction, aussi donnée, de la variable x et d'une racine quelconque a_n d'une certaine équation

$$F_1(x) = 0$$

prise à volonté; H_n une constante, fonction de a_n, à déterminer.

En effet, d'après ce que nous avons dit un peu plus haut, il est toujours possible d'imaginer une certaine fonction $\varpi(x)$, telle qu'on ait

$$\varpi'(0) = a_1, \varpi''(0) = a_2, \varpi'''(0) = = a_3, \text{etc.},$$

cette fonction réduira l'équation (22) à

$$f(x) = H_1F[x,\varpi'(0)] + H_2F[x,\varpi''(0)] + H_3F[x,\varpi'''(0)] + \text{etc.} \quad (23)$$

Poderíamos ter exposto, primeiramente, essas duas igualdades; pois como tudo é, simplesmente, uma questão de mostrar que a equação (15) pode, sempre, subsistir dispondo das constantes $\Phi(0), \Phi(1), \Phi(2), \text{etc.}$, está claro que podemos dar-lhe a forma que melhor nos convier.

Observo agora que, se pudermos pôr a igualdade (15), onde $F(x,n)$ é uma função de x e n, tomada à vontade, poderíamos, igualmente, demonstrar a equação

$$f(x) = H_1F(x,a_1) + H_2F(x,a_2) + H_3F(x,a_3) + \text{etc.}\ , \quad (22)$$

Onde $f(x)$ é uma função qualquer dada em x; $F(x,a_n)$ uma função, também dada, na variável x, e de uma raiz qualquer a_n de uma certa equação

$$F_1(x) = 0$$

tomada à vontade; H_n uma constante, função de a_n, a determinar.

Com efeito, conforme o que dissemos um pouco acima, é sempre possível imaginar uma certa função $\varpi(x)$, tal que tenhamos

$$\varpi'(0) = a_1, \varpi''(0) = a_2, \varpi'''(0) = = a_3, \text{etc.},$$

Essa função será reduzirá a equação (22) a

$$f(x) = H_1F[x,\varpi'(0)] + H_2F[x,\varpi''(0)] + H_3F[x,\varpi'''(0)] + \text{etc.} \quad (23)$$

mais comme $\varpi^{(n)}$ est une fonction de n, il en résulte que

$$F[x, \varpi^{(n)}(0)]$$

est aussi une certaine fonction de x et n. L'équation (23) entre alors dans l'équation (15); et, par conséquent, si on peut poser cette dernière égalité, il sera toujours possible de prouver l'équation (22).

On peut aussi renverser l'ordre de ces suppositions, et démontrer que l'exactitude de l'égalité (22) entraîne celle de l'équation (15).

mas, como $\varpi^{(n)}$ é uma função de n, resulta que

$$F[x, \varpi^{(n)}(0)]$$

é, também, uma certa função de x e n. A equação (23) entra, então, na equação (15); e, por consequência, se pudermos propor essa última igualdade, será sempre possível provar a equação (22).

Podemos, também, inverter a ordem dessas suposições, e demonstrar que a precisão da igualdade (22) implica a da equação (15).

IV.

Je remarquerai ici que, ayant l'intégrale définie

$$\int_a^b e^{-h\omega x} F_1(\omega) d\omega \qquad (24)$$

où a, b, h désignent trois constantes, réelles ou imaginaires, finies ou infinies, $F_1(\omega)$ une fonction de α, on peut toujours lui faire reproduire telle fonction $F(x)$ qu'on voudra, en disposant convenablement de ces quatre quantités : ou, autrement, il est toujours permis de poser

$$F(x) = \int_a^b e^{-h\omega x} F_1(\omega) d\omega \qquad (25)$$

En effet, si on pose

$$a = -\infty \qquad b = \infty \qquad h = \sqrt{-1}$$

$$F_1(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\omega\alpha\sqrt{-1}} F(\alpha) d\alpha \qquad (26)$$

l'équation précédente deviendra

$$F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\omega(\alpha - x)\sqrt{-1}} d\alpha d\alpha \qquad (27)$$

c'est-à-dire identique, puisque nous retombons dans la formule de FOURIER.

IV.

Eu denotaria aqui que, havendo a integral definida:

$$\int_a^b e^{-h\omega x} F_1(\omega) d\omega \qquad (24)$$

onde a, b, h designam três constantes, reais ou imaginárias, finitas ou infinitas, $F_1(\omega)$ uma função de α, podemos, sempre, lhe fazer reproduzir tal função $F(x)$ que queríamos, arranjando convenientemente essas quatro quantidades: ou, em outras palavras, é sempre possível pôr:

$$F(x) = \int_a^b e^{-h\omega x} F_1(\omega) d\omega \qquad (25)$$

Com efeito, se pusermos

$$a = -\infty \qquad b = \infty \qquad h = \sqrt{-1}$$

$$F_1(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\omega\alpha\sqrt{-1}} F(\alpha) d\alpha \qquad (26)$$

a equação anterior tornar-se-á

$$F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\omega(\alpha - x)\sqrt{-1}} d\alpha d\alpha \qquad (27)$$

isto é, idêntica, pois recaímos na fórmula de FOURIER.

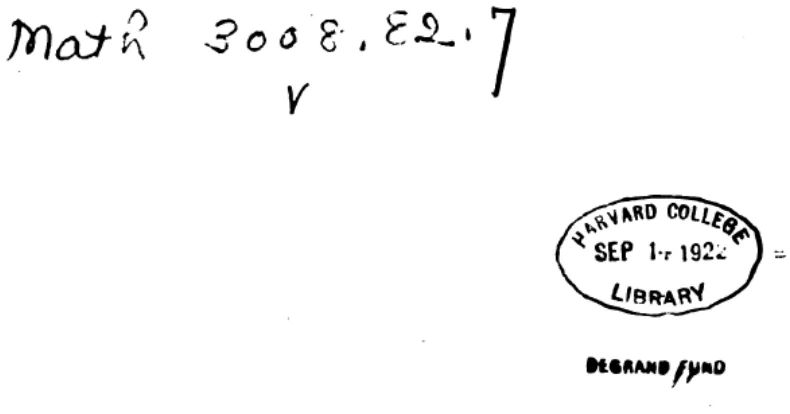
Encerramos aqui nossa tradução do prefácio e das quatro primeiras seções do primeiro capítulo. Há, além destas, mais 52 seções neste capítulo, onde Gomes de Souza continua a desenvolver seu argumento sobre métodos gerais de integração. No próximo capítulo, examinaremos o prefácio e a matemática presente nessas seções, para que possamos compreender quais os argumentos desenvolvidos por Gomes de Souza, e como estes se encaixavam dentro do perfil científico da época em que foram publicados.

5. Impressões sobre a obra traduzida

5.1 Sobre os elementos pré-textuais

Após a capa, há então uma página marrom, que acreditamos ser o verso da capa, em seguida outra folha marrom, seguida de outra com uma anotação feita à mão sobre o período de devolução do livro em questão.

Figura 23: carimbo da Universidade de Harvard



Fonte: Souza, 1882

Em seguida, temos uma página que acreditamos ter sido acrescentada pela universidade de Harvard. Trata-se de um carimbo da biblioteca da universidade, datado de 1 de setembro de 1922, com a palavra math, que é matemática em inglês, escrita no canto e um código numérico, provavelmente referente ao livro, e o mesmo presente na capa.

5.2 Sobre o prefácio

Souza (1995) explicita que o Barão de Jauru, à época ministro do Brasil, é quem ficou responsável pelo pagamento da obra, por estar em Berlim. Dada a primeira nota de rodapé do prefácio, compreende-se que este teria levado consigo documentos que pudessem ser acrescidos àqueles já encaminhados pelo próprio Gomes de Souza antes de sua morte. Além disso, Souza (1995) afirma que o Barão teria entrado em contato com Charles Henry para solicitar-lhe a escrita do prefácio da obra, e também com Édouard Lucas (1842-1891), matemático francês, para a revisão dos cálculos.

Sobre Charles Henry, nos reportamos a *The new international encyclopaedia* para discorrer, ainda que brevemente, sobre este. A obra foi publicada em 1905 e contém o seguinte verbete:

> HENRY, äN'rê', Charles (1859-). Bibliotecário e editor francês. Nascido em Bollwiller, Haut-Rhin, foi educado em Paris onde, em 1881, tornou-se assistente e, posteriormente, bibliotecário da Sorbonne. Como especialista em história da matemática, foi enviado a Itália para procurar alguns manuscritos dessa natureza, os quais o Governo desejava publicar. Editou diversos trabalhos sobre assuntos relacionados, bem como memórias, cartas, e outros volumes, e escreveu críticas sobre as teorias musicais de Rameau e Wronski. Publicou a correspondência de C. Huet sob o título *Un erudit, homme du monde, homme d'église, homme de cour* (1880), e publicou também *Problèmes de geometrie pratique* (1884); e *Lettres inéditcs de Mlle. de Lespinasse a Condorcet et à D'Alemlert* (1887) (GILMAN, PECK e COLBY, 1905, p. 776, tradução nossa).

Conhecendo um pouco sobre Charles Henry, voltamos a primeira página do prefácio, onde podemos observar um desfile de elogios à Gomes de Souza. Henry descreve, brevemente, a carreira de Gomes de Souza, enfatizando que o mesmo estudou por conta própria e solicitou prestar os exames para o grau de bacharel em engenharia, sem, contudo, entrar nos pormenores desse acontecimento. Entretanto, devido a obra de Mariotto (2019b), sabemos que sua proposta encontrou certa resistência entre os docentes da Escola Militar, bem como da necessidade de refazer o exame de uma das disciplinas do curso de engenharia.

Também não há evidências que tenha participado de aulas práticas, tanto militares quanto relativas às ministradas no Observatório Nacional. Essas observações não foram citadas por Henry (Souza, 1882). É interessante notar, em uma citação de Gomes de Souza, uma corroboração à um acontecimento presente na obra de Leal (1874): este diz que Gomes de Souza interessou-se pelo estudo das ciências exatas após verificar suas aplicações em disciplinas do curso de medicina; de fato, Souza (1882, p. vi) explicita que:

> Por amar acima de todas as coisas as ciências que têm por objeto de estudo a natureza, eu estou determinado a estudar as matemáticas para melhor conhece-las. Mas quando comecei esse estudo, me detinha a todo instante devido às dificuldades insuperáveis presentes no cálculo integral.

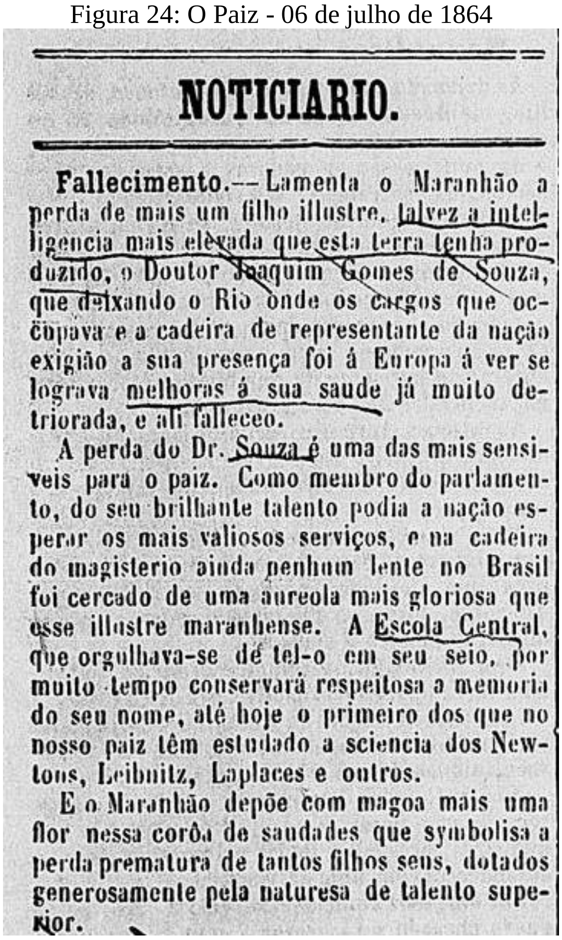
Após discutir brevemente sobre a vida de Gomes de Souza, Henry (Souza, 1882) passa então a fazer apontamentos sobre sua obra, indicando que buscara publicar nos *Compte-Rendus* (classificaríamos, atualmente, como anais) da Academia de Ciências de Paris. Henry traz então outro extrato de autoria de Souza, no qual este declara sempre se deparar com o cálculo integral como obstáculo em seus estudos; as equações por ele citadas envolvem processos físicos, como calor ou vibração, e, atualmente, classificamos, algumas destas, como equações diferenciais parciais, isto é, equações envolvendo derivadas de uma função incógnita de duas ou mais variáveis.

Em seguida, é discutido o gosto por literatura de Gomes de Souza, até mesmo acrescentando um trecho de sua autoria. Por fim, fala da ida deste à Europa, citando cientistas matemáticos com quem tivera contato, direto ou por meio de artigos; estes eram George Stokes (1819-1903), Joseph Liouville (1809-1882), Gabriel Lamé (1795-1870), Irenée-Jules Bienaymé (1796-1878) e Augustin Louis Cauchy (1789-1857). Segundo O'Connor e Robertson (1997), Liouville, que inclusive é citado no trabalho de Gomes de Souza, era cientista e, durante a visita deste último a Europa, lecionava no Collège de France. Liouville pesquisou em diversas áreas da matemática, incluindo aquela à qual Gomes de Souza se debruça na primeira memória: equações diferenciais.

Após enumerar alguns dos feitos matemáticos de Gomes de Souza, Henry (Souza, 1882) discursa então sobre o livro *Anthologie universelle: choix des meilleures poésies lyriques de diverses nations dans les langues originales*. Esse livro, como explicitado por Henry, contém diversas poesias líricas de diferentes países, possuindo a proposta de reunir as melhores poesias de cada uma das línguas citadas no livro; nota-se, entretanto, que tal conceito possui certa subjetividade. Henry também aponta que, muito provavelmente, teve ajuda para escrever tal livro, pois diversos idiomas e poemas estão presentes na obra, e seria improvável que Gomes de Souza os tivesse catalogado sozinho.

Henry (Souza, 1882) encerra seus apontamentos sobre a antologia publicada por Gomes de Souza apontando a relevância do livro para aqueles que apreciam a poesia. Descreve então a viagem de Gomes de Souza à Paris, onde concluiu os estudos em medicina. É descrito também que encontrava-se em estado febril; de fato, Araújo (2012) e Rocha (2013) concordam ao dizer que a tuberculose foi responsável por vitimá-lo. Realiza uma terceira viagem à Europa em 1864, não retornando mais ao Brasil devido à sua morte. Embora Henry date sua morte como 1º de junho de 1863, D'Ambrosio (2004) explica que trata-se de uma confusão nas datas, pois a morte deste ocorreu em 1º de junho de 1864. Cita que sua morte encontra-se descrita no jornal "O Paiz", veiculado no dia 06 de julho de 1864. De fato, localizamos, utilizando a hemeroteca nacional, a citada notícia.

Figura 24: O Paiz - 06 de julho de 1864



NOTICIARIO.

Fallecimento.— Lamenta o Maranhão a perda de mais um filho illustre, talvez a intelligencia mais elevada que esta terra tenha produzido, o Doutor Joaquim Gomes de Souza, que deixando o Rio onde os cargos que occupava e a cadeira de representante da nação exigião a sua presença foi á Europa á ver se lograva melhoras á sua saude já muito deteriorada, e ali falleceo.

A perda do Dr. Souza é uma das mais sensiveis para o paiz. Como membro do parlamento, do seu brilhante talento podia a nação esperar os mais valiosos serviços, e na cadeira do magisterio ainda nenhum lente no Brasil foi cercado de uma aureola mais gloriosa que esse illustre maranhense. A Escola Central, que orgulhava-se de tel-o em seu seio, por muito tempo conservará respeitosa a memoria do seu nome, até hoje o primeiro dos que no nosso paiz têm estudado a sciencia dos Newtons, Leibnitz, Laplaces e outros.

E o Maranhão depõe com magoa mais uma flor nessa corôa de saudades que symbolisa a perda prematura de tantos filhos seus, dotados generosamente pela naturesa de talento superior.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital

Henry (Souza, 1882) aponta também para a existência de um livro sobre ciências sociais e filosóficas. A existência de tal livro é corroborada por D’Ambrosio (2004) e Leal (1873), que este trata de certos aspectos históricos e filosóficos tanto das ciências exatas quanto das humanas e da natureza. Entretanto, por não haver sido publicado, não há maiores informações sobre seu conteúdo. Com efeito, D’Ambrosio (2004, p. 458) nos traz o seguinte trecho redigido por Gomes de Souza:

> O meu trabalho de predileção que eu preparo com o título de *Leis da Natureza*, código de legislação em que, passando em revista o universo inteiro, pretendo expor as leis fixas, gerais e invariáveis que presidiram à sua organização. O complexo das cousas existente é tratado como um só fato.
> [...].
> Ele se comporá de três partes, formando ao todo sete volumes em 8º, de 500 a 600 pag. cada um, distribuídos do seguinte modo:
> 1ª parte: Os três reinos da natureza, 2 vol.
> 2ª parte: Espírito humano, 3 vol.
> 3ª parte: História, 2 vol.

Até então, é somente por meio de trechos como este, e apontamentos de outros autores, que se pode conjecturar o objetivo do livro. Por fim, Henry (Souza, 1882) une todas as facetas sobre as quais discursou: matemática, literata e cientista. Novamente, tece elogios à Gomes de

Souza, afirmando que este morrera cedo, antes de concluir seus trabalhos, e compara-o à outro cientista, Blaise Pascal (1623 – 1662).

5.3 Sobre o sumário

Note que o sumário aqui exposto pouco difere daquele apresentado por Souza (1995); ainda assim, não é o mesmo, pois algumas palavras e termos foram substituídos. Isso nos mostra, conforme discutido durante os métodos de tradução, que cada autor tem suas predileções e sua própria maneira de traduzir um trecho, ainda que pequeno, de uma obra.

5.4 Sobre a seção I

Gomes de Souza (1884) inicia seu trabalho ao dizer que apresentou uma memória ao Institut de France, uma instituição acadêmica, propondo determinar uma função $\phi(x)$ que satisfizesse determinadas condições; essas condições parecem remontar às transformadas integrais.

Arfken (2007, p. 705) define uma transformada integral da seguinte maneira: dada uma função $g(\alpha) = \int_a^b f(t)K(\alpha, t)dt$, "a função $g(\alpha)$ é denominada transformada (integral) de $f(t)$ pelo núcleo $K(\alpha, t)$." Embora não seja dito explicitamente, está implícito que a e b são constantes, e, portanto, essa definição guarda certa semelhança com as funções que Gomes de Souza se propõe a determinar.

Como exemplos, Arfken (2007) cita a transformada de Fourier, dada por: $g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i\omega t}dt$; a transformada de Mellin, dada por: $g(\alpha) = \int_0^{\infty} f(t)t^{\alpha-1}dt$; a transformada de Laplace, dada por: $g(\alpha) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-\alpha t}dt$; dentre outras. Não é surpreendente que na Memória esteja-se buscando uma transformada de modo a oferecer um método geral de integração, ou em outras palavras, um método geral para solucionar equações diferenciais lineares de ordem qualquer. A transformada de Laplace, exemplifica Arfken (2007), pode ser utilizada para resolver equações diferenciais ordinárias lineares de ordem qualquer, pois a transforma em uma equação algébrica; entretanto, certas condições são necessárias para isso, a depender da transformada aplicada. O mesmo ocorre, segundo Zill e Cullen (2011), para a transformada de Fourier.

Gomes de Souza (1884) expõe outros cientistas que trabalharam com transformadas integrais, nomeadamente Niels Henrik Abel (1802-1829) e Joseph Liouville (1809-1882), mas considera seus trabalhos particulares em relação às soluções. Em seguida, defende o uso de séries não convergentes para obter resultados matemáticos. Segundo Sanchez e Souza (1999), desde o século XVIII já haviam discussões sobre o uso desse tipo de séries para obtenção de resultados. Muitos racionalistas defendiam que apenas aquelas cuja convergência pudesse ser demonstrada deveriam ser utilizadas; e, de fato, o trabalho com séries divergentes deve ser feito com cautela pois erros podem surgir. Entretanto, esse racionalismo excluía uma útil ferramenta para analisar problemas matemáticos, pois estes poderiam também chegar a resultados corretos, dentro de certas condições.

> No século XVIII existiu certo consenso com relação às somas infinitas e em particular com as séries de potências:
> 1. As séries são parte essencial e imprescindível do cálculo infinitesimal.
> 2. As séries constituem uma extensão da álgebra de polinômios.
> 3. Toda função pode ser representada em forma de série.
>
> Mas também haviam ideias que não gozavam da aceitação de todos:
> 1. Toda série possui uma única função geratriz.
> 2. Uma série, mesmo que divergente, pode ser útil para aproximações numéricas.
> 3. Uma série pode representar uma função em operações analíticas mesmo sendo divergente. (SANCHEZ e SOUZA, 1999, p. 297, tradução nossa)

Ainda segundo Sanchez e Souza (1999), e como explícito na tradução, Gomes de Souza apoiava o uso de séries divergentes para obter resultados, tendo inclusive feito uso destas em sua Memória, como o próprio destaca. Essas serviram como uma maneira analítica de aproximar funções, e para descobertas matemáticas; entretanto, ciente da discórdia, aponta na Memória, que as soluções também podem ser obtidas por meio de integrais definidas, embora estas nem sempre convirjam, apontando ademais que é útil conferir os resultados por mais de um método. Desse modo, esperava resguardar-se contra possíveis críticas à sua obra.

Não é, porém, surpreendente o apoio ao uso de séries cuja convergência não pode ser comprovada. Os trabalhos de Miller (2003), Silva (2003), Martines (2014), Mormêllo (2010) e Mariotto (2019b) apontam que livros tanto de Euler (1707-1783) quanto de Lacroix (1765-1843) foram utilizados como material de base para aulas de Aritmética e Cálculo fornecidas na Academia Real Militar. Segundo Mormêllo (2010, p. 122):

> Um documento dirigido ao Ministro da Guerra, em 1834, informa os livros utilizados na Academia nessa época. Constata-se que esses livros eram basicamente os mesmos utilizados no início da Academia Real Militar. Fazem parte da relação a “Aritmética”, a “Álgebra” e a “Geometria” de Lacroix; a “Trigonometria” de Legendre; a “Mecânica”, de Francoeur; a “Geometria Analítica” e o “Cálculo Diferencial e Integral”, também de Lacroix; a “Arte Militar e a Fortificação”, de Guy de Vernon. Poucas novidades apareceram no período, como as “Lições de Química”, de Colim e o “Manual do Mineiro Militar”, do lente Manoel José de Oliveira. Em 1836 outra relação é pedida à Academia e aparecem novamente muitos autores de 1810 e, como novidade aparecem três lentes ao lado dos autores franceses.

Mesmo que Gomes de Souza não tenha participado das aulas, Leal (1874) nos diz que este teria adquirido materiais utilizados na graduação em engenharia e os estudou sozinho. É razoável supor, levando em consideração que até 1836 a bibliografia adotada em 1810 ainda estava em uso que, se esta ainda estivesse, Gomes de Souza teria feito por meio dela seu estudo. Por sua vez, Sanchez e Monteiro (1999) esclarecem que tanto Euler quanto Lacroix defendiam as ideias mencionadas acima sobre séries, embora este último tenha sido mais cauteloso em seu tratamento.

5.5 Sobre a seção II

Ao dar exemplos de funções descritas por séries de potências, Gomes de Souza (1884) não se preocupou em apresentar, por exemplo, seu raio de convergência; esta era uma preocupação recente na época. Segundo Katz (2009) e Roque (2012), embora já existissem preocupações quanto à convergência de séries numéricas, somente em 1826 é desenvolvido, por Cauchy, um método para definir o raio de convergência de séries de potências. Atualmente, de acordo com Arfken (2007), uma série de potências é uma série infinita, de coeficientes a_i, da forma:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

E seu raio de convergência, isto é, o intervalo em que a série converge e iguala-se à função $f(x)$ pode ser dado por $-R < x < R$ onde R:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = R^{-1}$$

Consideraremos, em notação atual, por exemplo, a seguinte série de potências, dada como exemplo na seção II:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n$$

Se, por exemplo, aplicamos o critério de convergência para esta série, teremos:

$$R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{(-1)^{n+2}}{n+1}}{\frac{(-1)^{n+1}}{n}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^{n+2}}{n+1}\cdot\frac{n}{(-1)^{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|-\frac{n}{n+1}\right| = \lim_{n\to\infty}|-1| = 1$$

Portanto, apenas temos a garantia que a série dada converge para o intervalo $-1 < x < 1$, podendo divergir em valores fora do intervalo, tornando seu uso arriscado. Logo:

$$\log(x+1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n, x \in (-1,1)$$

Em seguida, Gomes de Souza dá os termos gerais da série e o termo geral da expansão de Taylor em torno de $x = 0$, caracterizando uma série de potências, em notação atual:

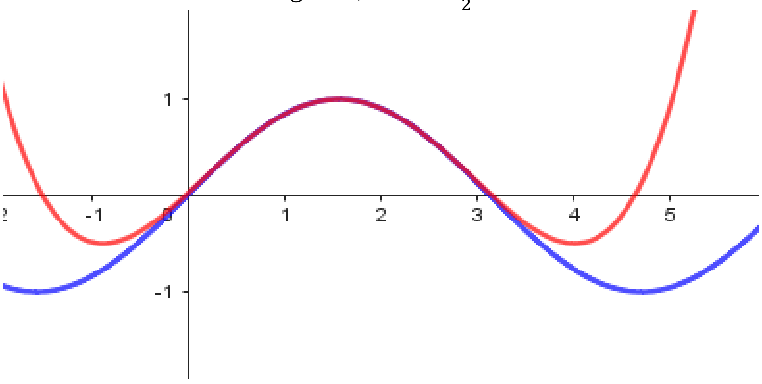
$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1} + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n = \sum_{i=0}^{n} \frac{f^{(i)}(0)}{n!}x^n$$

Para discorrer sobre o polinômio de Taylor, ou expansão polinomial, utilizado por Gomes de Souza, nos reportaremos a Lima (1976). Utilizaremos a notação $C^{(n)}$ para indicar quantas vezes uma função é derivável em um determinado intervalo; por exemplo, dado um intervalo $[a,b]$, com $a,b \in \mathbb{R}$, uma função é dita de classe C^3 se é derivável três vezes nesse ponto. Sobre a expansão polinomial, atualmente, temos que,

> Seja $f: I \to \mathbb{R}$ de classe C^{∞}. Se a é interior ao intervalo I e $a + h \in I$, então podemos escrever, para todo $n \in \mathbb{N}$:
>
> $$f(a+h) = f(a) + f'(a) \cdot h + \frac{f''(a)}{2!} \cdot h^2 + \cdots + \frac{f^{n-1}(a)}{(n-1)!}h^{n-1} + r_n(h),$$
>
> onde $r_n(h) = \frac{f^{(n)}(a+\theta_n h)}{n!}h^n$, com $0 < \theta_n < 1$.
>
> A série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}h^n$ chama-se a *série de Taylor* da função f em torno do ponto a. Toda função C^{∞} num intervalo I possui uma série de Taylor em cada ponto interior $a \in I$. Uma função de $I \to \mathbb{R}$, definida num intervalo aberto I, chama-se *analítica* quando, para cada $a \in I$ existe um $\epsilon > 0$ tal que a série de Taylor $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}h^n$ converge para $f(a+h)$ desde que $|h| < \epsilon$ (LIMA, 1976, p. 227-228).

Sabe-se, atualmente, que nem todas as funções podem ser expressas por essa expansão; essa refere-se apenas a um grupo de funções denominadas analíticas, como denotado acima. Assim, temos nossas primeiras restrições: as funções tratadas por Gomes de Souza devem ser analíticas, e seu intervalo de convergência deve ser considerado. Funções como $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$, que não podem ser expressas dessa maneira, não se enquadrariam nesse discurso.

Figura 25: aproximação (em vermelho) da função $f(x) = sin(x)$ (em azul) por meio do polinômio de Taylor, de grau 3, em $a = \frac{\pi}{2}$



Fonte: Autoria própria utilizando o GeoGebra

Gomes de Souza também denota essa expansão para uma igualdade da forma $y = a + x\Phi(y)$ em (9), onde $\Phi(y)$ é uma função tomada em y, o que permitiria utilizar essa expansão para funções implícitas. Assim, para uma função $f(y)$ ter-se-ia, para $y = a, a \in D_f$:

$$\begin{aligned} f(y) &= f(a) + f'(a)(a + x\Phi(a) - a) + \frac{f''(a)}{1 \cdot 2}(a + x\Phi(a) - a)^2 \\ &+ \frac{f'''(a)}{1 \cdot 2 \cdot 3}(a + x\Phi(a) - a)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n}(a + x\Phi(a) - a)^n = \\ &= f(a) + [f'(a)\Phi(a)]\frac{x}{1} + [f''(a)\Phi^2(a)]\frac{x^2}{1 \cdot 2} + [f'''(a)\Phi^3(a)]\frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \cdots \\ &+ \left[f^{(n)}(a)\Phi^n(a)\right]\frac{x^n}{1 \cdot 2 \cdots n!} + \cdots \end{aligned} \tag{8}$$

No entanto, Gomes de Souza apresenta a seguinte fórmula para descrevê-la:

$$\begin{aligned} f(y) &= f(a) + [\Phi(a)f'(a)]\frac{x}{1} + \frac{d[\Phi^2(a)f'(a)]}{da}\frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^2[\Phi^3(a)f''(a)]}{da^2}\frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \\ &+ \cdots + \frac{d^n\left[\Phi^n(a)f^{(n-1)}(a)\right]}{da^n}\frac{x^n}{1 \cdot 2 \cdots n} + \cdots \end{aligned} \tag{8}$$

Observe que estão são diferentes, e, portanto, não apenas faz a substituição $y = a + x\Phi(y)$. Gomes de Souza também deriva a equação com relação à a, uma letra que, até então, estava sendo utilizada para referir-se a constantes. Ademais, mesmo que a equação acima possa descrever uma função implícita da forma dada, não é possível aplica-la sem critérios. Uma função implícita é, usualmente, representada da forma $f(x, y) = 0$; por isso, nem sempre temos apenas o termo x multiplicando uma função de y. Além disso, pode não ser fácil isolar um termo y nesse tipo de função. Por vezes, pode haver uma função em y (como $\sqrt{y}$, por exemplo), sendo necessário multiplica-la por algum termo de forma que $f(y)f^{-1}(y) = y$. Para isso, teríamos que garantir que $f(y)$ possui uma função inversa, afunilando ainda mais os critérios para os quais a fórmula efetivamente funciona.

O teorema que Gomes de Souza (1884) atribui a M. Murphey (1806-1843) (representado na Figura 26) em (10) é uma expansão de Taylor tomando-se a aproximação $a = nh, n \in \mathbb{N}$, onde h é uma quantidade constante e, geralmente, pequena, do ponto inicial. Murphey, segundo Latto e Petrilli Jr. (s.d.), foi um cientista irlandês, nascido em Mallow. Tendo estudado em *Gonville & Caius College*, pertencente a Cambridge, lecionou na mesma universidade durante algum tempo. A partir de 1838, obteve uma cadeira na *University of London*, onde permaneceu até sua morte.

Figura 26: à esquerda, retrato atribuído a Robert Murphy; à direita, o teorema citado.

For let α be one of the values assigned to x in the given rational function $\phi(x)$, and $\alpha+h$ the next consecutive value of x; the corresponding results by the substitution of these values for x are $\phi(\alpha)$ and $\phi(\alpha+h)$ respectively. Now by Prop. III.

$$\phi(\alpha+h)=\phi(\alpha)+\phi'(\alpha).h+\phi''(\alpha).\frac{h^2}{1.2}+\phi'''(\alpha)\frac{h^3}{1.2.3}+\dots.$$

$$+\phi'''^{(n)}(\alpha).\frac{h^n}{1.2.3..n}$$

$$=\phi(\alpha)+\phi'(\alpha)\left\{h+\frac{\phi''(\alpha)}{\phi'\alpha}.\frac{h^2}{1.2}+\frac{\phi'''(\alpha)}{\phi'(\alpha)}.\frac{h^3}{1.2.3}+\&c.\right\}$$

the meaning of the accented functions being the same as that described in the preceding article.

Fontes: O'Connor e Robertson, 1997 e Murphy, 1839.

Murphy publicou diversos artigos sobre matemática e física, e é em um destes, intitulado *A Treatise on the Theory of Algebraical Equations*, que consta o teorema citado por Gomes de Souza. Entretanto, é de se notar que o termo geral apresenta uma diferença no índice em relação a expansão dada.

Para a expansão, Gomes de Souza propõe a seguinte equação:

$$f(x)=f(x-h)+\frac{(2h)^1}{1\cdot 2}f'(x-2h)+\frac{(3h)^2}{1\cdot 2\cdot 3}f''(x-3h)+\cdots \tag{10}$$

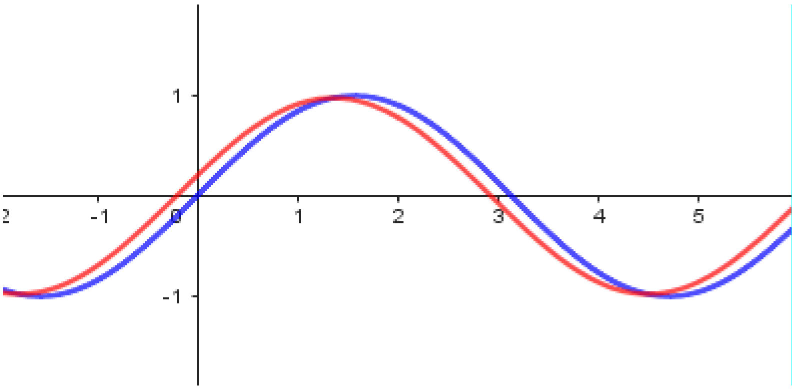
Propõe então, como termo geral:

$$\begin{gathered} hf(x-h)+\frac{(2h)^2}{1\cdot 2}f'(x-2h)+\frac{(3h)^3}{1\cdot 2\cdot 3}f''(x-3h)+ \\ +\cdots+\frac{(nh)^n}{1\cdot 2\cdots n}f^{n-1}(x-nh)+\cdots \end{gathered} \tag{10}$$

Ajustando o índice, em notação atual, teríamos:

$$\begin{gathered} \sum_{n=0}^{\infty}\frac{[(n+1)h]^n}{n!}f^{(n)}(x-(n+1)h)=f(x-h)+\frac{(2h)^1}{1!}f'(x-2h)+ \\ \frac{(3h)^2}{2!}f''(x-3h)+\cdots+\frac{[(n+1)h]^n}{n!}f^{(n)}(x-(n+1)h)+\cdots \end{gathered} \tag{10}$$

Figura 27: aproximação (em vermelho) da função $f(x) = sin(x)$ (em azul) tomando-se $h = \frac{1}{4}$, com o índice $n \in \mathbb{N}$ variando de 0 a 3.



Fonte: Autoria própria utilizando o GeoGebra.

Em seguida, Gomes de Souza apresenta um teorema que permite encontrar a função inversa de uma expansão polinomial. Esse teorema, que foi trabalhado tanto por Lagrange (1736-1813) quanto por Bürmann ([17--] -1817), fornece a expansão polinomial da função inversa de uma função, desde que essa seja analítica. Essa expansão foi publicada no *Mémoires de l'Institut national des sciences et arts. Sciences mathématiques et physiques* por Bürmann em 1799, analisada por Lagrange e Legendre (1752-1833), e explicita que, sendo X e ξ duas funções de x da forma:

$$X = T^0 + T^1\frac{\xi}{1} + T^2\frac{\xi^2}{1\cdot 2} + T^3\frac{\xi^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \text{etc}$$

na qual $T^n = \frac{d^nX}{d\xi^n}$, $X = \varphi(x)$ e $\xi = \psi(x) - \psi(t)$, resulta que sua função inversa é:

$$\varphi(x) = \varphi(t) + T^1\frac{\big(\psi(x)-\psi(t)\big)}{1} + T^2\frac{\big(\psi(x)-\psi(t)\big)^2}{1\cdot 2} + T^3\frac{\big(\psi(x)-\psi(t)\big)^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \text{etc}$$

na qual

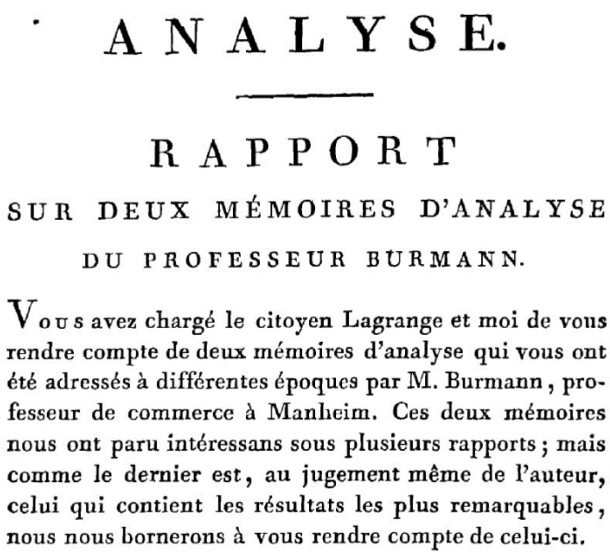
$$T^n = \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}\left[\left(\frac{x-t}{\psi(x)-\psi(t)}\right)^n \frac{d\big(\phi(x)\big)}{dx}\right]$$

e igualando $x = t$ após efetuar as derivações.

Essa é, essencialmente, a equação dada por Gomes de Souza. Este último apenas expande os termos T^n, e toma $\psi(x) - \psi(t) = \Phi(x)$, dando a seguinte forma:

$$\begin{aligned} f(x) = f(a) + \left[\frac{f'(x)(x-a)}{\Phi(x)}\right]_{x=a}\Phi(x) + \frac{d}{dx}\left[\frac{f'(x)(x-a)^2}{\Phi(x)^2}\right]_{x=a}\frac{\Phi(x)^2}{1\cdot 2} \\ + \frac{d^2}{dx^2}\left[\frac{f'(x)(x-a)^3}{\Phi(x)^3}\right]_{x=a}\frac{\Phi(x)^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \cdots \\ + \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}\left[\frac{f'(x)(x-a)^n}{\Phi(x)^n}\right]_{x=a}\frac{\Phi(x)^n}{1\cdot 2\cdot 3\cdots \mathrm{n}} + \cdots \end{aligned} \tag{13}$$

Figura 28: à esquerda, retrato atribuído a Lagrange; à direita, o artigo enviado por Burmann



ANALYSE.

RAPPORT

SUR DEUX MÉMOIRES D'ANALYSE DU PROFESSEUR BURMANN.

Vous avez chargé le citoyen Lagrange et moi de vous rendre compte de deux mémoires d'analyse qui vous ont été adressés à différentes époques par M. Burmann, professeur de commerce à Manheim. Ces deux mémoires nous ont paru intéressans sous plusieurs rapports; mais comme le dernier est, au jugement même de l'auteur, celui qui contient les résultats les plus remarquables, nous nous bornerons à vous rendre compte de celui-ci.

Fonte: O'Connor e Robertson, 1997 e Institut de France, 1799

5.6 Sobre a seção III

Em seguida, na seção III, Gomes de Souza busca responder de quantas formas diferentes é possível construir uma função, em forma de uma soma, que possa reproduzir outra. Para isso, representa as funções aproximação como uma função de duas variáveis, $\psi(x,n)$, na qual $x \in D_f$ e $n \in \mathbb{N}$. Assim, x corresponde ao valor para o qual desejamos uma aproximação, e n determina o grau dessa aproximação, de modo que, em notação atual, teremos, para:

$$\psi(x,n) = \psi(x,0) + \psi(x,1) + \psi(x,2) + \cdots + \psi(x,n) = \sum_{i=0}^{n} \psi(x,i) \qquad (14)$$

Essa escrita parece remeter aos métodos de Lagrange e Lacroix (1797-1798). Lagrange (1806) acreditava que toda função poderia ser expressa como uma série de potências. Desse modo, dada uma função $f(x+i)$, $i \in \mathbb{R}$, poderia ser expressa, em notação moderna, da seguinte forma:

$$f(x+i) = f(x) + pi + 2!\,qi^2 + 3!\,ri^3 + \text{etc.}$$

Lagrange inicia seu argumento dizendo que podemos, inicialmente, considerar $f(x+i) = f(x) + iP$. Daí:

$$f(x+i) = f(x) + iP \Rightarrow P(x,i) = \frac{f(x+i) - f(x)}{i}$$

Afirma então que, se existir $P(x,0) = p$, podemos dizer que:

$$P(x,i) = p + iQ \Rightarrow Q(x,i) = \frac{P(x,i) - p(x)}{i}$$

E, novamente, se existir $Q(x,0)=q$, então $Q=q+iR \Rightarrow P(x,i)=p+iq+i^2R$ e assim por diante. Gomes de Souza propõe então reescrever a função $\psi(x,n)$ da seguinte maneira:

$$\psi(x,n)=\Phi(n)F(x,n)=\Phi(0)F(x,0)+\Phi(1)F(x,1)+\cdots+\Phi(n)F(x,n) \tag{15}$$

Gomes de Souza apresenta então outra função, desta vez em uma única variável. É uma função $\varpi(x)$, de classe C^n tal que:

$$\varpi(0)=a_0, \varpi'(0)=a_1, \varpi''(0)=a_2, \dots, \varpi^n(0)=a_n \tag{17}$$

Explica então que essa função pode ser facilmente determinada, assumindo implicitamente que toda função de classe C^n é analítica, o que, em notação moderna, ficaria da seguinte forma:

$$\varpi(x)=a_0+a_1x+a_2\frac{x^2}{2!}+\cdots+a_n\frac{x^n}{n!}=\varpi(0)+\varpi'(0)x+\varpi''(0)\frac{x^2}{2!}+\cdots+ \\ \varpi^{(n)}(0)\frac{x^n}{n!} \Rightarrow \varpi(x)=\sum_{k=0}^{n} a_k\frac{x^k}{k!}=\sum_{k=0}^{n}\varpi^{(k)}(0)\frac{x^k}{k!} \tag{18}$$

Portanto, a função $\varpi(x)$ nada mais é que uma expansão polinomial em torno de $x=0$, de grau n. Gomes de Souza intervém ao dizer que, se as derivadas são infinitas, isto é, se fizermos n tender ao infinito na função $\varpi(x)$, não será tão simples determina-la; teremos de chegar a um termo geral, o qual, atualmente, conceberíamos como:

$$\lim_{n\to\infty}\varpi(x)=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\varpi^{(k)}\frac{x^k}{k!}=\sum_{k=0}^{\infty}\varpi^{(k)}\frac{x^k}{k!} \tag{19}$$

Gomes de Souza explicita que, tomando $x=0$, teremos, em notação moderna, a seguinte relação sobre as derivadas de

$$\varpi(x):\begin{cases} \varpi(0)=\left(\sum_{k=0}^{\infty}\varpi^{(k)}(0)\frac{x^k}{k!}\right)_{x=0}=a_0; \\ \varpi'(0)=\left(\sum_{k=0}^{\infty}\varpi^{(k+1)}(0)\frac{x^k}{k!}\right)_{x=0}=a_1; \\ \varpi''(0)=\left(\sum_{k=0}^{\infty}\varpi^{(k+2)}(0)\frac{x^k}{k!}\right)_{x=0}=a_2; \\ \vdots \\ \varpi^{(n)}(0)=\left(\sum_{k=0}^{\infty}\varpi^{(k+n)}(0)\frac{x^k}{k!}\right)_{x=0}=a_n \end{cases}, n\in\mathbb{N}$$

Desse modo, efetivamente, determina a função $\varpi(x)$, constituindo assim uma demonstração da existência da expansão polinomial. Como, anteriormente, Gomes de Souza denotou que $a_0, a_1, \dots, a_n$ são constantes, assim como a função $\Phi(n)$, substitui $\Phi(n)=\varpi^{(n)}(0)$ na equação (15):

$$f(x) = \overline{\omega}(0)F(x,0) + \overline{\omega}'(0)F(x,1) + \cdots + \overline{\omega}^{(n)}(0)F(x,n) + \cdots$$
$$= \sum_{k=0}^{\infty} \overline{\omega}^{(k)}(0)F(x,k) \tag{20}$$

Em seguida, com o argumento de que é possível tomar a função $\Phi(n)$ como melhor nos convier, toma-a como $\Phi(n) = \frac{1}{n!}\overline{\omega}^{(n)}(0)$, o que resulta, em notação moderna:

$$f(x) = \overline{\omega}(0)F(x,0) + \overline{\omega}'(0)F(x,1) + \frac{1}{2!}\overline{\omega}''(0)F(x,2) + \cdots$$
$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\overline{\omega}^{(k)}(0)}{i!} F(x,k) \tag{21}$$

Utilizando-se do mesmo argumento anterior, Gomes de Souza dispõe $f(x)$ da seguinte maneira (notação atual):

$$f(x) = H_1F(x,a_1) + H_2F(x,a_2) + \cdots + H_nF(x,a_n) + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} H_kF(x,a_k) \tag{22}$$

Nessa equação, explica que a_n é raiz de uma certa equação $F_1(x) = 0$, e H_n é uma constante que pode ser descoberta a partir de a_n. Fazendo a substituição $\overline{\omega}^{(n)}(0) = a_n$, obtém, na anotação moderna:

$$f(x) = H_1F\big(x,\overline{\omega}'(0)\big) + H_2F\big(x,\overline{\omega}''(0)\big) + \cdots + H_nF\left(x,\overline{\omega}^{(n)}(0)\right) + \cdots =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} H_nF\left(x,\overline{\omega}^{(n)}(0)\right) \tag{23}$$

Conclui, então, que essa equação é da mesma forma que a equação (15), já que apenas está mudando a forma de representa-la e, portanto, como para a equação (15) foi provada a existência, fica também comprovada a existência da equação (22). Além disso, afirma que ambas podem ser utilizadas para fins de comparação de suas respectivas precisões.

Embora sua notação seja carregada, podemos verificar, utilizando notação moderna, e por meio de um exemplo, seu argumento: seja $f(x) = \cos(x)$, uma função analítica. Essa função pode, então, ser representada por meio de uma série de potências, que é:

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{(-1)^n}{(2n)!}\,x^{2n} + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}\,x^{2n}$$

Representando-a como na equação (15), teríamos que $\Phi(n) = \frac{(-1)^n}{(2n)!}$ e $F(x,n) = x^{2n}$. Por outro lado, se tomada como na equação (23), teríamos que $H_n = \frac{1}{n!}$ e $F\left(x,\overline{\omega}^{(n)}(0)\right) = \cos(\frac{n\pi}{2})\,x^n$.

5.7 Sobre a seção IV

Na seção IV, Gomes de Souza reporta-se à integral de Fourier (1768-1830). Fourier, segundo O'Connor e Robertson (1997), foi um matemático francês, nascido em Auxerre. Estudou na *École Normale Supérieure* de Paris, e lecionou no *Collège de France* e na *École Polytechnique*, possuindo a cadeira de análise e mecânica nessa última. Em 1807, conclui uma obra intitulada *Théorie analytique de la chaleur*, onde analisava propriedades termodinâmicas por meio do cálculo. Nesse livro, Fourier propõe que, assim como funções podem ser expandidas por polinômios, também poderiam ser expandidas por funções trigonométricas.

Figura 29: retrato atribuído a Fourier

Fonte: O'Connor e Robertson, 1997

Atualmente, sabemos que essas expansões são válidas dentro de certas condições. Zill e Cullen (2001) nos esclarecem quanto a estas, e explicam como a integral de Fourier delas deriva. Seja $f(x)$ uma função definida no intervalo $[-p, p]$, $p \in \mathbb{R}$. Então, podemos escrever:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\left(\frac{n\pi}{p}x\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi}{p}x\right)\right)$$

sendo

$$a_0 = \frac{1}{p}\int_{-p}^{p} f(t)dt, \quad a_n = \frac{1}{p}\int_{-p}^{p} f(t)\cos\left(\frac{n\pi}{p}t\right)dt, \quad b_n = \frac{1}{p}\int_{-p}^{p} f(t)\sin\left(\frac{n\pi}{p}t\right)dt.$$

Podemos fazer isso se considerarmos que, assim como os vetores, funções podem ser escritas como uma soma de funções ortogonais. Para que duas funções definidas em $[-p, p]$, f_1 e f_2, sejam consideradas ortogonais, é necessário que atendam à seguinte condição:

$$\int_{-p}^{p} f_1(t)f_2(t)dt = 0$$

O conjunto $\left\{1, \cos\left(\frac{n\pi}{p}t\right), \sin\left(\frac{n\pi}{p}t\right)\right\}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, é ortogonal e, portanto, a expansão por meio de uma série de Fourier é válida. Vamos agora tomar $\omega_n = \frac{n\pi}{p}$ na série de Fourier. Note que $\Delta\omega = \frac{(n+1)\pi}{p} - \frac{n\pi}{p} = \frac{\pi}{p}$. Daí:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-p}^{p} f(x)dx \cdot \Delta\omega$$
$$+ \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(\int_{-p}^{p} f(t)\cos(\omega_n t)\,dt\right)\cos(\omega_n x)\right.$$
$$\left.+ \left(\int_{-p}^{p} f(t)\sin(\omega_n t)\,dt\right)\sin(\omega_n)\right]\Delta\omega$$

Se fizermos $p \to \infty$, então $\Delta\omega \to 0$. Supomos que as integrais acima convergem, e teremos então:

$$f(x) = \lim_{\Delta\omega \to 0}\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt \cdot \Delta\omega\right)$$
$$+ \lim_{\Delta\omega \to 0}\left\{\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos(\omega_n t)\,dt\right)\cos(\omega_n x)\right.\right.$$
$$\left.\left.+ \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(\omega_n t)\,dt\right)\sin(\omega_n x)\right]\Delta\omega\right\}$$

Consideramos que as integrais convergem para os limites no infinito; portanto, $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$ converge para um número real; digamos $q \in \mathbb{R}$. Daí:

$$\lim_{\Delta\omega \to 0}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt \cdot \Delta\omega = \frac{1}{2\pi}\lim_{\Delta\omega \to 0} q\Delta\omega = 0$$

Façamos $\left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos(\omega_n t)\,dt\right)\cos(\omega_n x) + \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(\omega_n t)\,dt\right)\sin(\omega_n x) = \varphi(\omega_n)$. Logo:

$$f(x) = 0 + \frac{1}{\pi}\lim_{\Delta\omega \to 0}\left(\sum_{n=1}^{\infty}\varphi(\omega_n)\Delta\omega\right)$$

Pela definição atual de integral de Riemann, temos que a integral de uma função é dada por:

$$\lim_{\Delta x \to 0}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x = \int_{a}^{b} f(x)dx\,, \text{onde } \Delta \mathrm{x} = \frac{\mathrm{b} - \mathrm{a}}{\mathrm{n}}$$

Note que $f(x)$ se assemelha à uma integral. Vamos, de modo intuitivo, considera-la como tal. Teremos então:

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \alpha(\omega)d\omega$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left[\left(\int_{-\infty}^\infty f(t)\cos(\omega t)\,dt\right)\cos(\omega x) + \left(\int_{-\infty}^\infty f(t)\sin(\omega t)\,dt\right)\sin(\omega x)\right]d\omega$$

Note que a integral interna se reporta a variável t e, portanto, podemos utilizar funções de ωx como constantes. Daí:

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left(\int_{-\infty}^\infty f(t)\cos(\omega t)\cos(\omega x)\,dt + \int_{-\infty}^\infty f(t)\sin(\omega t)\sin(\omega x)\,dt\right)d\omega$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)(\cos(\omega t)\cos(\omega x) + \sin(\omega t)\sin(\omega x))dt\right]d\omega$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos(\omega t - \omega x)\,dt\,d\omega$$

Como a função $\cos(\omega(t-x))$ é par, consideramos que o integrando $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos(\omega(t-x))\,dt$ também é par. Supondo que o intervalo $(-\infty, +\infty)$ é simétrico, vale a seguinte relação:

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos(\omega(t-x))\,dt\,d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos(\omega(t-x))dt\,d\omega$$

Supondo novamente que o intervalo $(-\infty, +\infty)$ é simétrico, podemos escrever que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} if(t)\sin(\omega(t-x))\,dt\,d\omega = 0$$

Logo:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos(\omega(t-x))\,dt\,d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\left[\cos(\omega(t-x)) + i\sin(\omega(t-x))\right]dt\,d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{i\omega(t-x)}dt\,d\omega$$

Note que essa última equação é idêntica àquela apresentada por Gomes de Souza em (27):

$$F(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\omega(\alpha-x)\sqrt{-1}}d\alpha d\alpha$$

com a exceção da variável t, que acima ocupa o lugar variável α. É de se notar que na equação (27), as constantes de integração se referem apenas a variável α; acreditamos que seja um erro de impressão, e que uma delas se refira à variável ω. Calculadas, caso convirjam, as integrais definidas em relação à ω e α, obteremos uma expressão que possui somente a variável x; em outras palavras, uma função $F(x)$.

De modo geral, é de se notar que a Matemática utilizada por Gomes de Souza nas seções analisadas assemelha-se, fortemente, à utilizada atualmente. A maior diferença reside em um conceito que, atualmente, é considerado essencial para o Cálculo Diferencial e Integral: o conceito de limite, definido em termos de ϵ e δ.

6. Conclusão

Com este trabalho, conseguimos compreender um pouco mais sobre a História da Matemática no Brasil. A respeito de Gomes de Souza, notamos ser ele um cientista à par de descobertas científicas e inteirado sobre obras que compunham o ideário matemático oitocentista; suas viagens à Europa, especialmente à França, e a leitura de livros sobre o tema corroboram esse fato. É de se notar, especialmente no que se refere ao seu processo de doutoramento, que gozava de certos privilégios, como a permissão de prestar os exames para bacharel em engenharia apesar de não haver frequentado as aulas do curso.

Sobre a obra, verificamos que, apesar de tratar-se de uma obra póstuma, havia intenção do autor em publicar, ao menos, algumas das memórias antes de sua morte, dado que já havia confiado algumas à editora. Quanto à preferência pela editora F. A. Brockhaus, Souza (1995) relata que Gonçalves Dias publicara na mesma editora, e isso o teria influenciado; ademais, Mariotto (2019b) indica que a obra *Anthologie Universelle, choix des meilleures poésies lyriques dediverses nations dans les langues originales*, citada por Charles Henry no prefácio do livro aqui estudado, já havia sido editada e impressa no mesmo local. Além disso, no prefácio, Henry (1884) nos diz que algumas das memórias apresentadas no texto são extraídas, ou complementadas, de outras apresentadas à *Academie des Sciences*; por se tratar de uma instituição francesa, é seguro afirmarmos que as obras enviadas deveriam estar no mesmo idioma; por exemplo, os pareceristas apontados, também no prefácio, para uma das notas de Gomes de Souza endereçadas à academia, são todos franceses. Isso esclarece, ao menos em partes, o motivo das obras de um brasileiro estarem redigidas em uma linguagem que não a de seu país.

Quanto aos problemas científicos tratados no livro, não pudemos considera-los em sua totalidade, pois apenas adentramos o primeiro capítulo. Neste, o problema tratado pelo autor consiste em encontrar uma solução geral para equações diferenciais parciais lineares de qualquer ordem. Novamente nos reportamos ao prefácio, onde Henry cita Gomes de Souza ao perguntar:

> Você gostaria de conhecer a teoria da distribuição do calor sobre a superfície de corpos condutores? Irá se deparar diante dos obstáculos apresentados pelo cálculo integral. Você gostaria de conhecer o movimento do calor no interior dos corpos sólidos de uma figura qualquer? Eis novamente o cálculo integral que lhe obriga a parar quase no começo dessa atividade. Você gostaria de conhecer a propagação do movimento no interior dos corpos? O estado vibratório de suas moléculas? A teoria das marés? A figura dos planetas que se distanciam significativamente da forma esférica? A lei de variação de suas densidades etc. etc.? Você encontra o cálculo integral diante de si, imenso, impassível, insuperável, resistente aos esforços combinados de todos os geômetras distintos da Europa [...]. (SOUZA, 1884, p. vi)

Quanto às duas primeiras questões apontadas por Gomes de Souza, podemos nos reportar à Arfken (2007), o qual expõe as equações diferenciais parciais associadas às equações de calor. Por exemplo, a equação de difusão do calor dependente do tempo, considerando-se um meio isotrópico, isto é, um meio que apresenta as mesmas propriedades em todas as direções, é dada por uma equação diferencial parcial cuja função desconhecida ψ satisfaz a seguinte igualdade:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = a^2 \cdot \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + b^2 \cdot \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + c^2 \cdot \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

Logo, é de se notar que Gomes de Souza procurasse uma solução geral para esse tipo de equação, pois assim poder-se-ia aplica-la a diversos ramos das Ciências da Natureza, as quais, como o próprio disse, tanto apreciava.

Foi possível verificar, pelas referências utilizadas por Gomes de Souza (Murphy (1839), Fourier (1822), Burmann (1799)), que este estava a par da matemática sendo desenvolvida na Europa, pelo menos, até o final da década de 1830. É de se notar que o *Cours d'analyse*, de Cauchy, que estrutura o cálculo diferencial e integral por meio da definição de limites, não foi uma das obras citadas por Gomes de Souza, pelo menos até onde pudemos verificar, apesar de ter sido publicado em 1821. Segundo Latto e Petrilli Júnior (s.d.), Murphy estava ciente da obra de Cauchy em sua publicação *A Treatise on the Theory of Algebraical Equations*, de 1839, tendo inclusive mesclado alguns conceitos de limite com os trabalhos de expansão polinomial de Lagrange.

Gomes de Souza apresenta, na segunda seção do primeiro capítulo do *Mélanges*, um teorema presente na publicação de Murphy; infere-se, portanto, que Gomes de Souza estava ciente da existência do *Cours d'analyse*, e da teoria dos limites. Entretanto, optou por não a utilizar, dando preferência às obras de Lagrange. Para compreendermos essa escolha, é necessário analisar o contexto científico da análise no século XIX. Segundo Roque (2012) e Katz (2009), a concepção de rigor sofreu alterações ao longo do tempo. O que conhecemos atualmente como rigor, ao menos na análise, veio de esforços para tornar o cálculo diferencial e integral didático. Isso significava não começar por suas aplicações, como a necessidade de traçar tangentes a curvas, por exemplo, mas sim de uma estrutura algébrica que pudesse ser seguida de forma linear.

Entretanto, de acordo com Roque (2012), nem todos concordavam com essa nova perspectiva. Alguns cientistas, como Lazare Carnot (1753-1823), defendiam um apelo mais intuitivo para o cálculo, especialmente no que diz respeito a formações mais "práticas", como a de engenheiros. Observe que apesar de, atualmente, não considerarmos a definição de Lagrange para a derivada como rigorosa, esta constituiu uma tentativa de algebrização de um dos conceitos do cálculo. Outros, como Carnot, defendiam a continuação da base do cálculo como os infinitamente pequenos. Gomes de Souza parece encontrar-se em um meio termo; ao mesmo tempo em que se apoia nos métodos de expansão polinomial, propostos por Lagrange, procura também utilizar integrais definidas, provavelmente para se resguardar contra possíveis críticas. Observamos, na primeira seção do primeiro capítulo, a seguinte anotação:

> Mas, se os métodos dos quais fiz uso na Memória são absolutamente rigorosos, não se pode ser dito o mesmo de todos aqueles que faremos uso aqui, posto que me sirvo de certos desenvolvimentos em séries sobre as quais a convergência não é demonstrada, e cujo emprego, por consequência, segundo alguns geômetras, não é muito legitimo. Mas se passarmos por essas dificuldades que não existiam a alguns poucos anos, e que não existem, mesmo no presente, para muitos geômetras, todos ou quase todos fazem uso de sequências cuja convergência não é comprovada ou não pôde ser demonstrada [...].
> Devo ainda acrescentar que, após haver deduzido da equação (7) várias soluções fundamentadas em expansões em série, e ao fim das resoluções, deixo completamente as sequências de lado, me apoiando sobre as integrais definidas e, por conseguinte, dando à solução todo o rigor desejado. Começarei, entretanto, expondo os métodos baseados em sequências, não somente porque vejo as séries como um excelente e muito poderoso meio de exploração, mas também porque, resolvendo de maneira rigorosa o problema ao qual nos aplicamos, e contanto que sejam convergentes, elas nos indicam, quase sempre, como resolver o mesmo problema em outros casos [...]. (SOUZA, 1882, p.2, tradução nossa)

Nesse trecho, fica evidenciado que Gomes de Souza estava ciente de que os métodos por ele utilizados não eram mais considerados rigorosos; entretanto, considerava não somente o rigor, mas outros aspectos ao propor o método em seus cálculos. Ademais, ressalta que os cálculos podem ser obtidos por integrais definidas, o que satisfaria os novos preceitos de exatidão em circulação no continente europeu, onde tencionava publicar suas memórias. No entanto, aponta Roque (2012), mesmo a exatidão da integral de Fourier, que é definida, ainda que em um intervalo infinito, e exposta por Gomes de Souza na seção quatro do primeiro capítulo, era considerada problemática. Logo, apresentar integrais definidas não significava, necessariamente, adequar-se aos padrões exigidos.

Essa diferença no conceito de rigor, aliada ao tamanho do extrato apresentado por Gomes de Souza à *Académie des Sciences*, provavelmente levaram a decisão, dada em 1857, de não publicar a memória nos resumos da academia. Essa, por sua vez, impeliu Gomes de Souza a publicar suas memórias na forma de um livro, o *Mélanges de Calcul Integral*.

Quanto à matemática desenvolvida na obra, é semelhante em muitos aspectos àquela utilizada atualmente. Entretanto, como já pontuado, uma grande diferença reside na utilização da definição de limite, formulada por Cauchy. Por tratar-se de uma definição algébrica, sem a necessidade da suposição da existência de certa classe de funções, ou de certos números, essa definição foi adotada pela matemática formal como rigorosa. Posteriormente, foi incorporada à definição de conjuntos de George Cantor (1845-1918), e é utilizada até hoje. Entretanto, é necessário ressaltar que, para Gomes de Souza, a matemática que estava desenvolvendo era rigorosa, e, portanto, válida, por utilizar-se de um conceito de sua época, o qual era preferível em relação aos infinitamente pequenos. Entretanto, seus artigos foram enviados para avaliação na *Académie des Sciences*, vanguarda da ciência francesa, onde essa concepção de rigor já não se encontrava em uso.

Concluímos ressaltando que ainda há muito a se fazer quanto à análise do livro *Mélanges de Calcul Integral*; apenas adentramos o primeiro capítulo, e muito do contexto histórico e científico já se fez presente. Acreditamos que essa obra contribui para a biografia de Gomes de Souza, ao mostrar que este era um cientista a par dos acontecimentos de seu tempo, estando ciente destes e buscando compreendê-los. Isso também pode ser visto na obra de Mariotto (2019b), dado seu conhecimento sobre a descoberta do planeta Netuno. Fica demonstrada também sua posição mais “concreta” em relação à matemática, como visto tanto em seus argumentos sobre a vontade de compreender o funcionamento da natureza quanto em seus métodos tomados para efetuar pesquisas matemáticas. Assim, esperamos ter contribuído para a biografia deste matemático, investigando seu ponto de vista sobre o contexto científico de sua época.

7. Referências

ARAUJO, I. C. de. **Joaquim Gomes de Souza (1829-1864)**: a construção de uma imagem de Souzinha. 2012. 155 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10930. Acesso em: 27 jul. 2021.

ARFKEN, G. B. (George Brown), 1922. **Física matemática**: métodos matemáticos para engenharia e física/ George Arfken e Hans Weber . Tradução de Arlete Simille Marques – Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

BRASIL. Decreto nº 140 - 09 de Março de 1842. Approva os Estatutos da Escola Militar, em virtude do Artigo 15 § 2º da Lei de 15 de Novembro de 1831. Colecção das Leis do Brazil, 1831-1840, **Atos do Poder Executivo - 1831**. Leis do Império. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/atividade-legislativa/legislacao/colecao-anual-de-leis/copy_of_colecao3.html. Acesso em: 14 nov. 2023.

BRASIL. Decreto no 476 de 29 de setembro de 1846. Approvando o Regulamento para execução do Artigo 17 dos Estatutos da Escola Militar. Colecção das Leis do Brazil, 1831-1840, **Atos do Poder Executivo - 1846**. Leis do Império. Disponível em https://www2.camara.leg.br/atividade-legislativa/legislacao/colecao-anual-de-leis/copy_of_colecao3.html. Acesso em: 14 nov. 2023.

CAMARA DOS SRS. DEPUTADOS. **Annaes do Parlamento Brazileiro**: sessão de 1879. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1879. (Tomo IV). Disponível em: https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=132489&pagfis=66127. Acesso em: 30 jul. 2023.

CONDE, A. J. M. Benjamin Constant Botelho de Magalhães: o brasileiro. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, n. 9, 1998. Disponível em: http://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/issue/view/112. Acesso em: 15 ago. 2023.

CORTESE, J. F. N.; BERTATO, F. M. As matemáticas lidas através de suas próprias palavras: uma cultura de tradução de textos originais de história da matemática. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [S. l.], v. 21, n. 42, p. i-vi, 2021. DOI: 10.47976/RBHM2021v21n42i-vi. Disponível em: https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/355. Acesso em: 17 jan. 2023.

D'AMBROSIO, U. **Joaquim Gomes de Souza, o "Souzinha" (1829-1864)**. *In*: MARTINS, R. A.; MARTINS, L. A. C. P.; SILVA, C. C.; FERREIRA, J. M. H. (eds.). *Filosofia e História da Ciência no Cone Sul: 3º Encontro*. Campinas: AFHIC, 2004, p. 453-460. (ISBN 85-904198-1-9)

FERNANDEZ, C. S.; SOUZA, C. M. de. **Joaquim Gomes de Souza e as controvérsias sobre o uso das séries divergentes no século XIX**. **Ideação**, Feira de Santana, v. 1, n. 3, p. 131-157, jan./jun. 1999.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de Pesquisa.** Porto Alegre: Editora UFRGS, 2009.

GILMAN, D. C.; PECK, H. T.; COLBY, F. M. HENRY, Charles. In: GILMAN, D. C.; PECK, H. T.; COLBY, F. M. **The new international encyclopaedia**. Nova Iorque: Dodd, Mead & Co., 1905. p. 776. (Volume 9). Disponível em: https://archive.org/details/newinternational09gilm/page/776/mode/2up. Acesso em: 15 nov. 2023.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES. **Comptes Rendus Hebdomadaire des Séances de L'Académie des Sciences,** publiés conformément a une décision de l'Académie. Quadragésimo tomo. Paris: Mallet-Bachelier, 1855a. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k29976. Acesso em: 30 jun. 2023.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES. **Comptes Rendus Hebdomadaire des Séances de L'Académie des Sciences,** publiés conformément a une décision de l'Académie. Quadragésimo primeiro tomo. Paris: Mallet-Bachelier, 1855b. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k29976. Acesso em: 30 jun. 2023.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES. **Comptes Rendus Hebdomadaire des Séances de L'Académie des Sciences,** publiés conformément a une décision de l'Académie. Quadragésimo segundo tomo. Paris: Mallet-Bachelier, 1856a. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2999t. Acesso em: 30 jun. 2023.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES. **Comptes Rendus Hebdomadaire des Séances de L'Académie des Sciences,** publiés conformément a une décision de l'Académie. Quadragésimo terceiro tomo. Paris: Mallet-Bachelier, 1856b. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2999t. Acesso em: 30 jun. 2023.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES. **Comptes Rendus Hebdomadaire des Séances de L'Académie des Sciences,** publiés conformément a une décision de l'Académie. Quadragésimo quarto tomo. Paris: Mallet-Bachelier, 1857. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/ ark:/12148/bpt6k3001w. Acesso em: 30 jun. 2023.

LAGRANGE, J. L. **Théorie des fonctions analytiques, contenant les principes du calcul différentiel , dégagés de toute considération d'infiniment petits ou d'évanouissans, de limites ou de fluxions, et réduits a l'analyse algébrique des quantités finies ; par J. L. Lagrange, de l'Institut national**. Paris: L'Imprimerie de La République, 1797. Disponível em: http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb30719126x. Acesso em: 29 nov. 2023.

LAGRANGE, Joseph-Louis; LEGENDRE, Adrien-Marie. Rapport sur deux mémoires d'analyse du professeur Burmann. In: Institut de France. **Mémoires de l'Institut national des sciences et arts**: sciences mathématiques et physiques. Paris: Baudouin, 1799. p. 13-17. (Volume 2). Disponível em: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3217h/f26.item.langFR. Acesso em: 18 nov. 2023.

LAGRANGE, J. L. Leçon seconde: sur le développement d'une fonction d'une variable, lorsqu'on attribue un accroissement à cette variable. Loi générale de ce développement. Origine des fonctions dérivées. Différens ordres de ces fonctions. Leur notation. In: LAGRANGE, Joseph-Louis. **Leçons sur le calcul des fonctions (Nouv. éd. rev. et corr.) / Nouvelle édition, revue, corrigée et augmentée par l'auteur**. Paris: Courcier, 1806. p. 8-15. Disponível em: http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb30719111w. Acesso em: 29 nov. 2023.

LATTO, A. J. del; PETRILLI JUNIOR, S. J. **Robert Murphy**: mathematician and physicist. Disponível em: https://maa.org/book/export/html/168045. Acesso em: 23 dez. 2023.

LEAL, Antônio Henriques. **Pantheon Maranhense**: ensaios biographicos dos maranhenses illustres já fallecidos. Lisboa: Imprensa Nacional, 1874. Disponível em: http://www2.senado.leg.br/bdsf/handle/id/518661. Acesso em: 14 mar. 2023.

LIMA, Elon Lages. **Curso de análise volume 1.** 7. ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1976.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A.. Métodos de coleta de dados: observação, entrevista e análise documental. In: LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A.. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: Epu, 1986. p. 25-44

MARIOTTO, Rachel. **Primeiras observações sobre uma proposta de estudo a respeito da Matemática apresentada na tese de doutorado de Joaquim Gomes de Sousa**. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 11., 2015, Natal. **Anais do XI Seminário Nacional de História da Matemática.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2015. p. 1-11. Disponível em: http://www.crephimat.com/snhm. Acesso em: 27 jul. 2021.

MARIOTTO, Rachel. **A respeito dos requerimentos de Joaquim Gomes de Souza para a realização dos exames de generalidades na Escola Militar**. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 13., 2019a, Fortaleza. Anais [...] . Fortaleza: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2019a. p. 329-343. Disponível em: https://www.sbhmat.org/conteudo/view?ID_CONTEUDO=372. Acesso em: 27 jul. 2021.

MARIOTTO, Rachel. **Um estudo sobre o processo que desencadeou o doutoramento de Joaquim Gomes de Souza (1829-1864) e alguns apontamentos sobre sua tese**. 2019b. 266 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019b. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/182123. Acesso em: 27 jul. 2021.

MARTINES, Mônica de Cássia Siqueira. **Primeiros doutorados em matemática no Brasil**: uma análise histórica. 2014. 167 f. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/108826>.

MÉLANGES. In: *ÉDITIONS LAROUSSE* (França). ***Dictionnaire de Français***. S.l. : *Larousse*. Disponível em: https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais. Acesso em: 21 nov. 2023.

MENDES, Iran Abreu. **Pesquisas em história da Educação Matemática no Brasil em três dimensões**. Quipu, [S.l.], v. 14, n. 1, p. 69-92, abr. 2012.

MERLI, Renato Francisco. Matemática: descoberta ou inventada? discussões através do perspectivismo científico. **Polymatheia**: revista de Filosofia, Fortaleza, v. 11, n. 18, p. 52-65, jul. 2021. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/revistapolymatheia/article/view/5819. Acesso em: 07 jun. 2022.

MILLER, Célia Peitl. **O doutorado em matemática no Brasil**: um estudo histórico documentado (1842 a 1937). 2003. 473 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91013. Acesso em: 18 out. 2022.

MORMÊLLO, Ben Hur. O ensino de matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874. 2010. 191 f. Dissertação (Mestrado Profissional) - Matemática, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010. Disponível em: https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2010.777455. Acesso em: 17 jan. 2024.

MURPHY, R. **A Treatise on the Theory of Algebraical Equations**. Londres: The Society For The Diffusion Of Useful Knowledge, 1839. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=YqkAAAAAMAAJ&newbks=1&newbks_redir=0&dq=a%20treatise%20on%20the%20theory%20of%20algebraic%20equations&hl=pt-BR&pg=PR1#v=onepage&q=a%20treatise%20on%20the%20theory%20of%20algebraic%20equations&f=false. Acesso em: 18 nov. 2023.

NASCIMENTO, Carlos Ociran Silva. **Alguns aspectos da obra matemática de Joaquim Gomes de Souza**. 2008. 77 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação em Matemática, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/307032. Acesso em: 27 jul. 2021.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Joseph Liouville**. 1997. Disponível em: https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Liouville/. Acesso em: 25 nov. 2023.

OLIVEIRA, José Teixeira de. **O famoso Dr. Souzinha**. **A Manhã.** Rio de Janeiro, 25 jul. 1948. Ciência Para Todos, Suplemento 5, p. 7-7. Disponível em: http://bndigital.bn.br/acervo-digital/ciencia-para-todos/085782. Acesso em: 27 jul. 2021.

OLIVEIRA, Z. V.; BARBOSA, G. Sobre a Importância da Tradução na Pesquisa em História da Matemática. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [S. l.], v. 18, n. 36, p. 01-09, 2020. DOI: 10.47976/RBHM2018v18n3601-09. Disponível em: https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/17. Acesso em: 11 jan. 2023.

O PAIZ (MA). São Luiz, 06 jul. 1864. Disponível em: https://memoria.bn.br/. Acesso em: 30 jun. 2023.

ROCHA, Erica Colares. **Joaquim Gomes de Souza**: a construção de uma identidade nacional através do panorama da cultura científica. 2013. 121 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: http://146.164.248.81/hcte/docs/dissertacoes/2013/erica_colares_rocha.pdf. Acesso em: 27 jul. 2021.

RÓNAI, Paulo. **Escola de tradutores**. 7. ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 2012.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**. Rio de Janeiro: Schwarcz - Companhia das Letras, 2012. 511 p.

SCHWARCZ, Lilia Moritz; STARLING, Heloisa Maria Murgel. **Brasil**: uma biografia. 2. ed. São Paulo: Companhia das Letras, 2020. 709 p.

SILVA, Clóvis Pereira da. **A matemática no Brasil**: história de seu desenvolvimento. 3. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2003. 164 p.

SOUZA, Cícero Monteiro de. **A história da publicação do "Mélanges de Calcul Integral" de Joaquim Gomes de Souza (1829 - 1864)**. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 1., 1995, Recife. Anais [...] . Recife: Imprensa Universitária da UFRPE, 1998. p. 81-96. Disponível em: https://www.crephimat.com.br/snhm. Acesso em: 15 abr. 2023.

SILVA, Kalina Vanderlei; SILVA, Maciel Henrique. **Dicionário de conceitos históricos**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

SOUZA, Joaquim Gomes de. **Mélanges de Calcul Integral**. Leipzig: F. A. Brockhaus, 1882. 280 p. Disponível em: https://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr=&id=rOQKAAAAYAAJ&oi=fnd&pg=PR5&dq=melanges+de+calcul+integral&ots=1Lw6M5WVwr&sig=R6lx0Rkne3T9r3WsdvCeYdK5gFA. Acesso em: 27 jul. 2021.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações diferenciais**. 3. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2011. 434 p. (Volume 2). Tradução de Alfredo Alves de Farias.

Anexo

Fórmulas presentes nos capítulos analisados do *Mélange de Calcul Integral*

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(\theta) + \phi(\theta + x) d\theta = F(x) \tag{1}$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(\theta)\phi(\theta x) d\theta = F(x) \tag{2}$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} [f(\theta) + x f_1(\theta)]\phi(\theta + x) d\theta = F(x) \tag{3}$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} [f(\theta) + x f_1(\theta)]\phi(\theta + x) d\theta = F(x) \tag{4}$$

$$\int_{0}^{\infty} \theta^{\mu-1}\phi(\theta + x) d\theta = F(x) \tag{5}$$

$$f(y) = f(a) + [\Phi(a)f'(a)]\frac{x}{1} + \frac{d[\Phi^2(a)f'(a)]}{da}\frac{x^2}{1 \cdot 2} + \text{etc.}, \tag{8}$$

$$y = a + x\Phi(y). \tag{9}$$

$$f(x) = f(x-h) + \frac{(2h)^1}{1 \cdot 2} f'(x - 2h) + \frac{(3h)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3} f''(x - 3h) + etc. \tag{10}$$

$$\frac{(nh)^n}{1 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot n} f^{n-1}(x - nh). \tag{11}$$

$$\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}\left[\frac{f'(x)(x-a)^n}{[\Phi(x)]^n}\right]_{x=a} \frac{[\Phi(x)]^n}{1 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot n} \tag{12}$$

$$f(x)=f(a)+\left[\frac{f'(x)(x-a)}{\Phi(x)}\right]\frac{\Phi(x)}{1}+\frac{d}{dx}\left[\frac{f'(x)(x-a)^2}{[\Phi(x)]^2}\right]\frac{[\Phi(x)]^2}{1\cdot 2}+$$
$$+\frac{d^2}{dx^2}\left[\frac{f'(x)(x-a)^3}{[\Phi(x)]^3}\right]\frac{[\Phi(x)]^3}{1\cdot 2\cdot 3}+\text{etc.} \tag{13}$$

$$\psi(x,0)+\psi(x,1)+\psi(x,2)+\text{etc.} \tag{14}$$

$$f(x)=\Phi(0)F(x,0)+\Phi(1)F(x,1)+\Phi(2)F(x,2)+\text{etc.}, \tag{15}$$

$$a_0, a_1, a_2, a_3, \text{etc.} \tag{16}$$

$$\varpi(0)=a_0, \varpi'(0)=a_1, \varpi''(0)=a_2, \varpi'''(0)=a_3, \text{etc.}, \tag{17}$$

$$\varpi(x)=a_0+a_1\frac{x}{1}+a_2\frac{x^2}{1\cdot 2}+\ldots .\, a_n\frac{x^n}{1\cdot 2\cdots n}, \tag{18}$$

$$a_0+a_1\frac{x}{1}+a_2\frac{x^2}{1\cdot 2}+a_3\frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3}+\text{etc.}; \tag{19}$$

$$f(x)=\varpi(0)F(x,0)+\varpi'(0)F(x,1)+\varpi''(0)F(x,2)+\text{etc.}; \tag{20}$$

$$f(x)=\varpi(0)F(x,0)+\frac{1}{1}\varpi'(0)F(x,1)+\frac{1}{1\cdot 2}\varpi''(0)F(x,2)+\text{etc.} \tag{21}$$

$$f(x)=H_1F(x,a_1)+H_2F(x,a_2)+H_3F(x,a_3)+\text{etc.}, \tag{22}$$

$$f(x)=H_1F[x,\varpi'(0)]+H_2F[x,\varpi''(0)]+H_3F[x,\varpi'''(0)]+etc. \tag{23}$$

$$\int_a^b e^{-h\omega x}F_1(\omega)d\omega \tag{24}$$

$$F(x)=\int_a^b e^{-h\omega x}F_1(\omega)d\omega \tag{25}$$

$$a = -\infty, \quad b = \infty, \quad h = \sqrt{-1}, \qquad F_1(\alpha) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\omega\alpha\sqrt{-1}} F(\alpha)\, d\alpha \tag{26}$$

$$F(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\omega(\alpha - x)\sqrt{-1}}\, d\alpha d\alpha \tag{27}$$